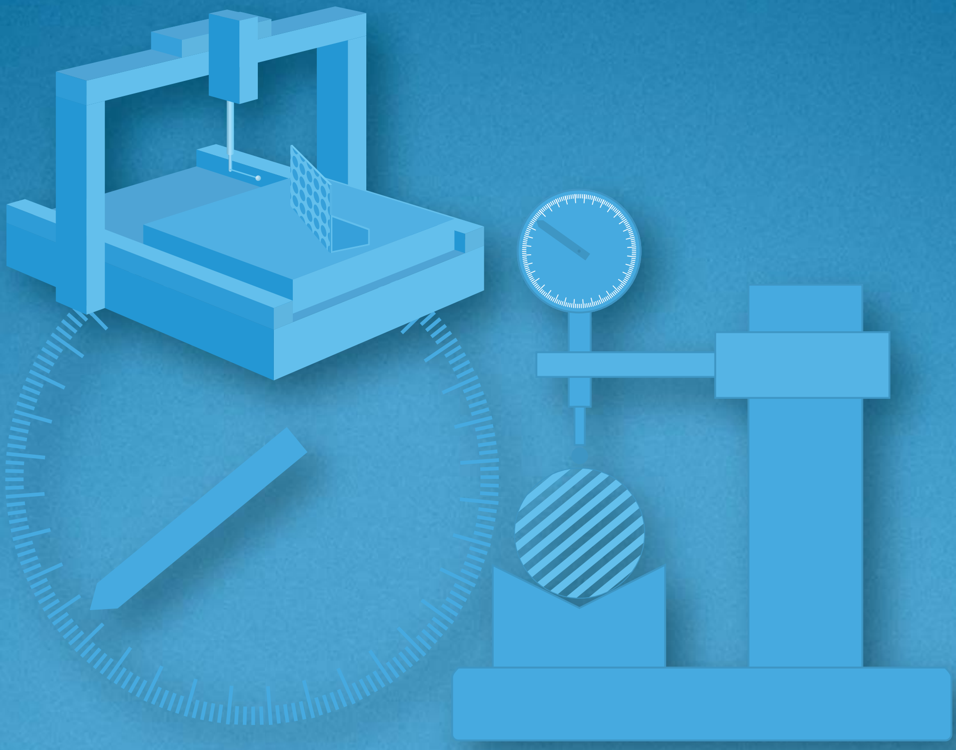


Qualitätsmanagement in der Bosch-Gruppe | Technische Statistik

8. Messunsicherheit

BOSCH
Technik fürs Leben

2020-04-06 - SOCOS

Leerseite

Qualitätsmanagement in der Bosch-Gruppe
Technische Statistik

Heft 8 – Messunsicherheit

Ausgabe 06.2015

2. Ausgabe 06.2015
Vollständig überarbeitete Neuausgabe

1. Ausgabe 10.2001

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Einleitung

Zu jedem Messergebnis ist stets eine Unsicherheit anzugeben. Diese Forderung leitet sich u. a. aus den Normen [ISO 9001], [ISO 10012], [ISO 14253], [ISO 17025] und [DIN 1319] ab. Dabei ist unwesentlich, für welchen Anwendungsfall die Messeinrichtung eingesetzt wird, mit der ein Messergebnis ermittelt wird. Insbesondere ist bei jeder qualifizierten Entscheidung, die auf Basis von Messergebnissen getroffen wird, die Kenntnis und Angabe der Messunsicherheit unverzichtbar.

Der Begriff „Messunsicherheit" ist im „Internationalen Wörterbuch der Metrologie" definiert als *„Nichtnegativer Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die der Messgröße auf der Grundlage der benutzten Information beigeordnet ist"* [VIM, 2.26]. In der Literatur wird anstelle des Begriffes „Messunsicherheit" auch das kürzere Wort „Unsicherheit" verwendet.

Die im vorliegenden Heft verwendeten Begriffe wurden aus [VIM], [ISO 3534-2], [ISO 3534-1], [ISO 9000], [ISO 14253], [GUM], [DIN 1319-1] und [DIN 1319-4] übernommen. Das Kapitel *Begriffe* enthält eine Zusammenstellung der wichtigsten Normdefinitionen.

Die Möglichkeiten zur Ermittlung der Messunsicherheit sind vielfältig und können deshalb nicht in einem allgemein gültigen Algorithmus dargestellt werden. Das vorliegende Heft gliedert sich daher in die Kapitel 1 bis 6 mit unverzichtbaren Mindestinformationen für jeden Anwender und den Anhang. Im Anhang sind u. a. einige Beispiele zur Berechnung von Messunsicherheiten zusammengestellt. Bezüglich zahlreicher weiterer Beispiele wird auf einschlägige Fachliteratur verwiesen.

Die Grundlage für dieses Heft bildet in erster Linie der „Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen" [GUM] [1]. Im Unterschied zur vorhergehenden Ausgabe dieser Schrift wird durchgängige Konformität zu [GUM] hergestellt und grundsätzlich die Angabe einer Modellgleichung gefordert. Damit wird u. a. eine klare und systematische Vorgehensweise sichergestellt. Die in der vorhergehenden Ausgabe als „vereinfachte Verfahren" bezeichneten Vorgehensweisen werden in entsprechend angepasster Weise dargestellt, ohne den mathematischen Aufwand zu vergrößern (vgl. Kap. 4.3.1 und 4.5). Zusätzlich werden die insbesondere in Entwicklungsbereichen häufig höheren Anforderungen berücksichtigt und auch die aufwändigeren Verfahren ausführlicher dargestellt. Auf die Erläuterung der Ermittlung der Messunsicherheit bei voneinander abhängigen (korrelierten) Messgrößen wird wegen des hohen mathematischen Aufwands weitgehend verzichtet. Im Anhang werden lediglich die wesentlichen Grundlagen und der Rechenalgorithmus erläutert.

Die hier beschriebenen Verfahren liefern keine Kennwerte für das Streuverhalten der Einzelmesswerte einer Messgröße, sondern eine Abschätzung des Wertebereiches, in dem der zu den Einzelmesswerten gehörige wahre Wert der Messgröße mit einem bestimmten Grad des Vertrauens liegt, ohne diesen wahren Wert genau zu kennen. Dies scheint zunächst einen Widerspruch zur Definition der Messunsicherheit nach [VIM] zu beinhalten. Maßgeblich ist hier, den Begriff „Wert der Einzelmessung" (genau bekannt) sorgfältig vom Begriff „Wert der Messgröße" (nicht genau bekannt) zu unterscheiden (vgl. Kap. 2.1).

Die Aussagekraft der berechneten Werte für die Messunsicherheit wird durch den sogenannten „Grad des Vertrauens" quantifiziert (vgl. Anhang D). Dabei ist es in den meisten Fällen nicht sinnvoll, beispielsweise zwischen einem Intervall mit einem Grad des Vertrauens von 95 % und einem mit 94 % oder 96 % zu unterscheiden. Besonders schwierig ist es, Intervalle mit einem Grad des Vertrauens von 99 % und mehr zu rechtfertigen, selbst wenn man davon ausgeht, dass keine systematischen Einflüsse übersehen wurden, da im allgemeinen nur sehr wenige Informationen über die extremen Anteile („Schwänze") von Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Eingangsgrößen erhältlich sind.

ANMERKUNG: Die Begriffe „Grad des Vertrauens" und „Vertrauensniveau" sind gleichbedeutend (synonym).

Im gleichen Zusammenhang wird darauf hingewiesen, dass für die Ergebnisse Rundungsregeln anzuwenden sind, um nicht eine zu hohe Genauigkeit der Auswertungsergebnisse vorzutäuschen (siehe Kap. 4.7.2).

[1] Siehe u. a. auch [EA-4/16], [EA-4/02], [EUROLAB], [EURACHEM], [VDI 2618], [VDI 2622], [ISO 5168], [VDI 2449]

2 Anwendungsbereich

2.1 Messunsicherheit [2]

Die Messunsicherheit kann für jedes Messergebnis ermittelt werden. Im Rahmen einer Messunsicherheitsstudie wird abgeschätzt, zwischen welchen Grenzen der **wahre Wert** eines ermittelten Messergebnisses bei einem vorgegebenen Grad des Vertrauens (üblicherweise 95 %) liegt.

Eine häufige Fehlinterpretation ist, Messunsicherheit [VIM, 2.26] im Sinne einer Messabweichung zu verstehen *(engl. measurement error, fälschlicherweise oft mit **Messfehler** übersetzt)*. Die Messabweichung ist definiert als *„Messwert minus einem Referenzwert“* [VIM, 2.16]. Sie bezieht sich ausschließlich auf einen Einzelmesswert und nicht auf die **mögliche** Abweichung des (aus mehreren Einzelmesswerten berechneten) Größenwertes der Messgröße vom wahren Wert der Messgröße.

Die Streuung der Einzelmesswerte trotz scheinbar identischer Messbedingungen ist die Folge zahlreicher Einflüsse, die durch die Messbedingungen nicht kontrollierbar sind. Diese Einflüsse können sich deshalb bei jeder Wiederholung der Messung unkontrolliert ändern.

Abweichungen der einzelnen Messwerte vom Zentralwert ihrer Verteilung, die bei Wiederholungen der Messung einmal positiv, einmal negativ ausfallen, werden als **zufällige Messabweichungen** bezeichnet. Wenn ausschließlich zufällige Messabweichungen vorlägen, wäre der Zentralwert gleich dem wahren Wert der Messgröße. Man erhielte diesen Zentralwert als Mittelwert der Einzelmesswerte, wenn man die Messung unbegrenzt oft wiederholen könnte, da die Standardabweichung des Mittelwerts in diesem Grenzfall verschwindet.

In der Praxis ist nur eine begrenzte Anzahl Wiederholungsmessungen möglich. Daher bleibt eine gewisse Streuung der Mittelwerte und damit eine gewisse Unkenntnis des wahren Wertes der Messgröße. Diese Unkenntnis wird durch die **Messunsicherheit** abgeschätzt. Sie ist nach [DIN 1319-1] definiert als *„Kennwert, der aus Messungen gewonnen wird und zusammen mit dem Messergebnis zur Kennzeichnung eines Wertebereiches für den wahren Wert der Messgröße dient“*. Diese Definition erscheint im vorliegenden Zusammenhang treffender als die Definition nach [VIM, 2.26].

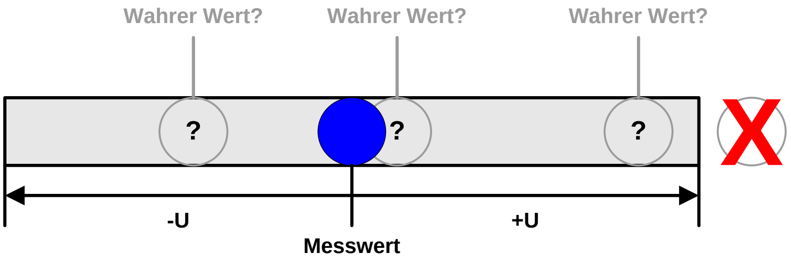


Abbildung 1: Messunsicherheit U als Wertebereich für den wahren Wert einer Messgröße

ANMERKUNG: Der Wert außerhalb des Messunsicherheitsbereiches kommt nicht als wahrer Wert in Frage.

Zusätzlich zu diesen zufälligen Messabweichungen treten in der Regel sogenannte **systematische Messabweichungen** auf. Sie führen dazu, dass der Zentralwert der Verteilung der Einzelmesswerte gegenüber dem wahren Wert der Messgröße auch dann verschoben bliebe, wenn die Messung unendlich oft wiederholt würde. Soweit möglich müssen festgestellte systematische Messabweichungen z. B. durch Justage der Messeinrichtung oder rechnerisch durch geeignete Korrekturgrößen minimiert werden. Die Unsicherheit der Korrektur ist bei der Ermittlung der Messunsicherheit zu berücksichtigen [GUM, 3.2.3, 3.2.4, 6.3.1, F.2.4.5]. Diese Unsicherheit wird verursacht durch möglicherweise nicht festgestellte systematische Messabweichungen und möglicherweise vorhandene Restabweichungen durch ungenaue Korrektur. Diese sind geeignet abzuschätzen.

Mögliche Ursachen für zufällige und systematische Abweichungen enthält [EUROLAB, Anhang A.1].

[2] Kapitel 2.1 in Anlehnung an [EUROLAB], Kap. 2.1, Seite 10

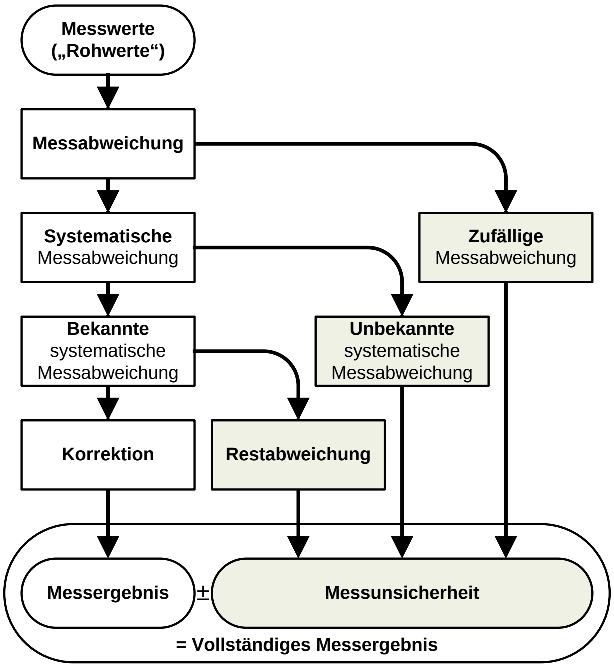


Abbildung 2: Komponenten der Messabweichung und Beiträge zur Messunsicherheit [3]

2.2 Messunsicherheit und Konformitätsnachweis

Soll das vollständige Messergebnis eines Merkmals bezüglich vorgegebener Toleranzen beurteilt werden, so erfolgt dies entsprechend den Entscheidungsregeln der Norm [ISO 14253].

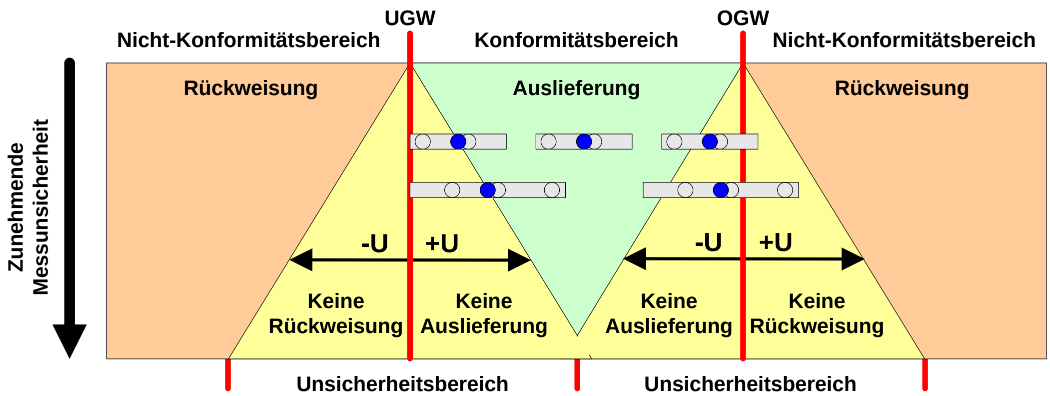


Abbildung 3: Entscheidungsregeln nach [ISO 14253]

Ein Konformitätsbereich existiert nur unter der Bedingung *UGW + U < OGW – U* oder umgestellt und *T = OGW – UGW* eingesetzt:

$$\frac{2 \cdot U}{T} < 1.$$

Bei Messeinrichtungen soll dieses Verhältnis deutlich unter 1 liegen.

ANMERKUNG 1: Der Kennwert 2U / T wurde in der früheren Ausgabe von [VDA-5] mit g_{pp} bezeichnet, der einen Maximalwert G_{pp} nicht überschreiten soll. Zur Festlegung von G_{pp} wurde der Bereich $0{,}2 \leq G_{pp} \leq 0{,}4$ vorgeschlagen. Danach soll U im ungünstigsten Fall höchstens 20 % der Merkmalstoleranz T ausmachen. Andernfalls soll die Messeinrichtung als ungeeignet für die Messaufgabe eingestuft werden. In der aktuellen Ausgabe von [VDA-5] sind g_{pp} und G_{pp} in dieser Form nicht mehr enthalten.

ANMERKUNG 2: Erweist sich eine Messeinrichtung als ungeeignet, obwohl sie auf aktuellem Stand der Technik ist, liegt der Fall sogenannter „kleiner Toleranzen“ vor.

[3] Abbildung 2 in Anlehnung an M. Hernla, QZ **41** (1996), 1156

2.3 Messunsicherheit und Produktentwicklung

Die Klärung folgender Fragestellungen gehört zu den typischen Anwendungsfällen der Messunsicherheit im Rahmen der Produktentwicklung:

- Beurteilung des Entwicklungsfortschritts durch Überprüfen von Maßnahmen zur Optimierung bestimmter Produkteigenschaften; dabei werden z. B. vor und nach Veränderungen Messungen von Merkmalen unter Wiederholbedingungen durchgeführt; der Vergleich der Messergebnisse ermöglicht Schlüsse auf die Wirksamkeit der Maßnahmen und ggf. Aussagen, ob unerwünschte Auswirkungen auf Eigenschaften anderer Merkmale auftreten oder nicht.
- Bewertung oder Festlegung von Spezifikationen auf Basis von Messergebnissen und deren Messunsicherheiten.
- Konformitätsaussagen (vgl. Kap. 2.2) zum Nachweis, dass vorgegebene Entwicklungsziele erreicht werden.

  ANMERKUNG 1: Häufig sind noch keine vollständigen Spezifikationen der Merkmale verfügbar sondern lediglich Grenzwerte, deren Einhaltung nachzuweisen ist.

- Durchführung von Messungen an gleichartigen Messobjekten unter Vergleichbedingungen an unterschiedlichen Orten (z. B. bei Bosch und beim Kunden) mit gleichartigen Messsystemen und Vergleich der Messergebnisse.

  ANMERKUNG 2: Siehe Anhang G bzgl. Vergleichbarkeit von Messsystemen und Messergebnissen.

Damit Vergleiche verlässliche Aussagen liefern, muss die Messunsicherheit bekannt sein, um die metrologische Verträglichkeit der Messergebnisse zu bewerten (vgl. Kap. Begriffe).

Bei Vergleichen gelten zwei Einzelmesswerte y_1 und y_2 in der Regel als unterschiedlich, wenn sie im Abstand von mindestens zwei erweiterten Messunsicherheiten U liegen: $|y_2 - y_1| \geq 2 \cdot U$ (Abb. 4a).

ANMERKUNG 3: Abweichende Kriterien können festgelegt werden (z. B. in Anlehnung an Anhang G); diese sind ggf. zu dokumentieren.

Andernfalls überlappen die Unsicherheitsbereiche der beiden Werte und es kann nicht mehr ausgeschlossen werden, dass beide Messwerte denselben wahren Wert repräsentieren (Abb. 4b). Die Größe der Unsicherheitsbereiche wird u. a. durch das Vertrauensniveau bestimmt (üblicherweise 95 %). Dienen Messungen ausschließlich der Beurteilung von Versuchsergebnissen und nicht dem Nachweis, dass zugesagte oder spezifizierte Eigenschaften erfüllt werden, kann ein niedrigerer Grad des Vertrauens als z. B. in der Fertigung akzeptabel sein (z. B. 68 % statt 95 %), d. h. ein höheres Risiko für eine Fehlbewertung (Abb. 4c).

ANMERKUNG 4: Aufgrund des erhöhten Risikos einer Fehlbewertung, können Spezifikationen und Vorgaben für Prüfvorschriften nicht auf Basis von Messergebnissen mit vermindertem Grad des Vertrauens abgeleitet werden.

ANMERKUNG 5: Aussagen wie z.B „Messergebnisse stimmen im Rahmen der Messunsicherheit überein“ sind häufige Feststellungen bei Vergleichen. Dabei werden anstelle des korrekten Begriffes „Messunsicherheit“ fälschlicherweise oft Begriffe wie „Fehlergrenzen“, „Fehlertoleranz“, „Fehler“, „Messfehler“ als Synonyme benutzt. Im Sinne einer eindeutigen Aussage sollte dies unbedingt vermieden werden.

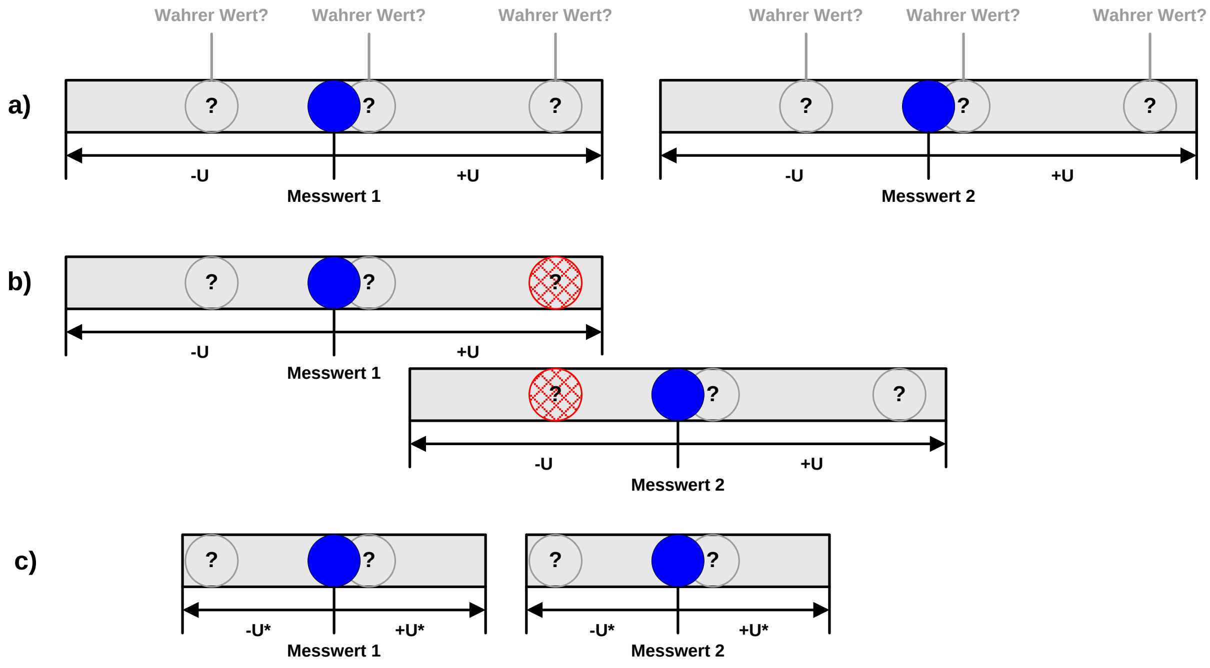


Abbildung 4: Bewertung von Einzelmesswerten auf Basis der Messunsicherheit

a) Einzelmesswerte mit hohem Grad des Vertrauens unterschiedlich;
b) Schraffierter Wert könnte wahrer Wert beider Messwerte sein, daher kein eindeutiger Unterschied;
c) Einzelmesswerte unterschiedlich wegen kleinerer Messunsicherheit U < U, aber erhöhtes Risiko für Fehlbewertung, da Vertrauensniveau reduziert.*

2.4 Messunsicherheit und Fertigungsüberwachung

Bei Messungen, die zur Fertigungsüberwachung benötigt werden, empfiehlt es sich, eine Fähigkeitsuntersuchung des Messprozesses nach [Heft 10] durchzuführen und die Eignung des Messprozesses für die vorgesehene Messaufgabe zu bewerten. Damit wird sichergestellt, dass die Unsicherheit des Messergebnisses in einem sinnvollen Verhältnis zur Merkmalstoleranz steht (vgl. Kap. 2.2 und Anhang E). Die im Rahmen dieser Untersuchungen und ggf. Messbeständigkeitsüberwachung ermittelten Messwerte können zur Berechnung der Messunsicherheit verwendet werden (vgl. Kap. 6).

Für die Anwendung insbesondere in der fertigungsnahen Praxis wird empfohlen, vorzugsweise Daten aus Fähigkeitsuntersuchungen und Messbeständigkeitüberwachungen nach [Heft 10] zu nutzen (vgl. Kap. 6). Stehen solche Daten nicht zur Verfügung, sind häufig additive Modelle nach Kap. 4.3.1 und 4.5 anwendbar, die einen relativ geringen mathematischen Aufwand erfordern. Die Anwendbarkeit dieser Modelle ist sorgfältig zu prüfen, zu begründen und entsprechend zu dokumentieren. Im Zweifelsfall sind geeignetere, meist aufwändigere Modelle zu verwenden.

Weiter wird empfohlen, nur die für den betrachteten Fall relevanten Eingangsgrößen zu berücksichtigen. Größen mit geringem Einfluss auf den Betrag der Messunsicherheit verändern das Rechenergebnis unwesentlich und können vernachlässigt werden. Dies ist für jede Größe sorgfältig zu prüfen, zu begründen und zu dokumentieren. Im Zweifelsfall ist die Größe zu berücksichtigen.

2.5 Unterschied Messunsicherheit – Messprozessfähigkeit

Wie bereits ausgeführt, liefert die **Messunsicherheit** einen Wertebereich, in dem der wahre Wert zu einem Messergebnis mit einem bestimmten Grad des Vertrauens angenommen werden kann. Sie liefert jedoch keine Aussage, an welcher Stelle innerhalb dieses Wertebereiches der wahre Wert am wahrscheinlichsten vorzufinden ist, d. h. keine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Lage des wahren Wertes der Messgröße. Die Messunsicherheit ist außerdem vollständig unabhängig von ggf. vorgegebenen Toleranzen eines zu messenden Merkmals, d. h. die Merkmalstoleranz T geht an keiner Stelle in die Berechnung der Messunsicherheit ein.

Im Unterschied dazu bewertet die **Messprozessfähigkeit** die Verträglichkeit der Messergebnisse für ein bestimmtes Merkmal mit dem Toleranzbereich dieses Merkmals, d. h. die Lage und Streuung der Messergebnisse im Toleranzbereich des Merkmals.

Damit die Messergebnisse eine ausreichend verlässliche Berechnung der Kenngrößen C_g, C_{gk} und %GRR und eine entsprechende Einstufung des Messprozesses in die Kategorien „fähig“, „bedingt fähig“ oder „nicht fähig“ gewährleisten, ist eine ausreichend kleine Messunsicherheit erforderlich (siehe Anhang E).

2.6 Gültigkeitsbereiche für Messunsicherheiten

Nach [GUM, 3.1.2] ist zu jedem vollständigen Messergebnis die Angabe der Messunsicherheit zwingend erforderlich. Dies kann zu der Fehlinterpretation führen, dass für jede durchgeführte Messung grundsätzlich eine eigene Messunsicherheitsbetrachtung durchgeführt werden müsse. Das ist jedoch nicht zutreffend. In der Regel werden Messunsicherheiten übergreifend für Messergebnisse einer Messgröße ermittelt, die unter gleichen Bedingungen gemessen werden.

Auch in Fällen, bei denen die Messunsicherheit vom Größenwert der Messgröße abhängt, ist es nicht üblich, für jeden möglichen Messwert eine individuelle Messunsicherheit anzugeben. Stattdessen kann man z. B. den relevanten Messbereich in mehrere Bereiche unterteilen. Innerhalb eines Bereiches wird eine konstante Messunsicherheit verwendet, die in der Regel der ungünstigsten Messunsicherheit innerhalb dieses Bereiches entspricht.

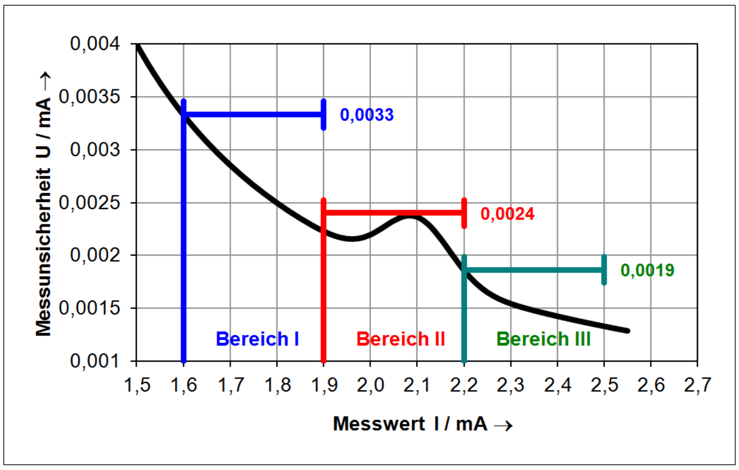


Abbildung 5: Beispiel für Messwertbereiche mit pauschal zugeordneten Messunsicherheiten

3 Ablaufdiagramm

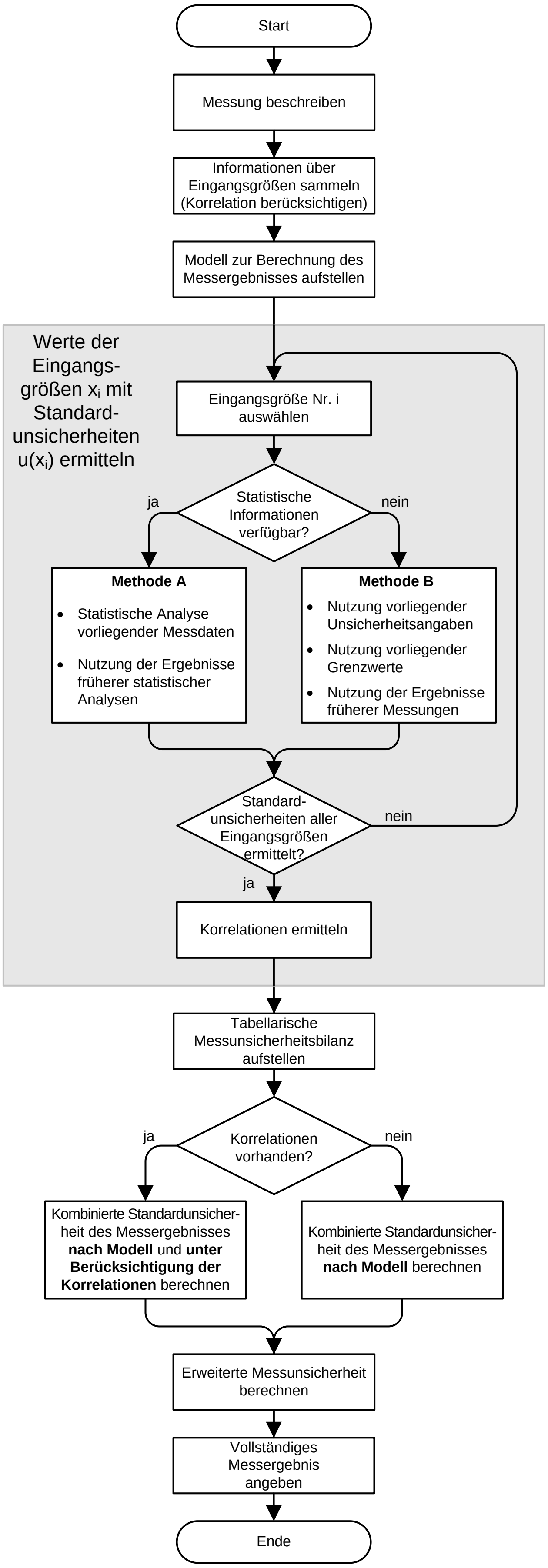


Abbildung 6: Ablauf einer Messunsicherheitsuntersuchung

4 Durchführung einer Messunsicherheitsuntersuchung

Das vorliegende Kapitel erläutert die einzelnen Prozessschritte, die im Ablaufdiagramm in Kap. 3 dargestellt werden.

4.1 Beschreiben der Messung

[GUM, B.2.5] definiert den Begriff „Messung“ als „*Gesamtheit der Tätigkeiten zur Ermittlung eines Größenwertes*“. Diese Tätigkeiten können manuell durchgeführt werden oder teil- oder vollautomatisiert ablaufen. Zunächst sind alle Tätigkeiten detailliert zu beschreiben. Dazu gehören typischerweise folgende Angaben:

- Messaufgabe *(Zweck und Ziel der Messung, z. B. Nachweis der Konformität eines Produktmerkmals zu Vorgaben der Spezifikation auf Basis von Messergebnissen)*
- Messgröße *(Merkmalseigenschaft, die gemessen werden soll, z. B. Länge, Volumen, Masse, Stromstärke, Widerstand, Kraft, Leistung, Zeit, Frequenz, Strahlungsdosis, pH-Wert)*,
- Messmethode *(Vorgehen bei der Messung, z. B. Messung von Zeitdifferenzen mittels Stoppuhr, gesteuert durch Lichtschranken an definierten Messpositionen und ausgelöst durch das bewegte Messobjekt)*,
- Messverfahren *(Beschreibung des Messprinzips und seiner Umsetzung, ggf. Erläuterung des zugrundeliegenden physikalisch-technischen Modells, z. B. Widerstandsermittlung auf Basis von Strom- und Spannungsmessungen, Geschwindigkeitsermittlung auf Basis von Weg- und Zeitmessungen)*,
- Messsystem *(technischer Aufbau, ggf. Messposition am Messobjekt, ergänzende Abbildungen, Diagramme, Skizzen, Darstellung eines Messkreises),*
- Vorbereitung des Messsystems *(z. B. Aufwärmen),*
- Messablauf *(z. B. manuelle und automatische Schritte, Auf- und Abspannen oder Einlegen des Messobjektes in das Messsystem)*,
- Messobjekte *(z. B. Funktion, Spezifikation, Toleranzen, vorgegebene Grenzwerte, Stabilität, Abweichungen von vorausgesetzter Form)*,
- Zustand des Messobjektes vor und ggf. nach der Messung *(z. B. bei zerstörenden Messungen)*,
- bei Normalen die eindeutige Identifikation *(z. B. Nummer)* des zugehörigen Kalibrierscheins und/oder Referenzwert, Unsicherheit und Zeitpunkt der letzten Kalibrierung, Name des Kalibrierlabors,
- qualitative Beschreibung der Umgebungs- und Rahmenbedingungen *(z. B. Raumklimatisierung)*,
- falls zum Verständnis notwendig, Verweis auf physikalische Gesetze, zu erwartende Rück- und/oder Wechselwirkungen zwischen Messsystem und Messobjekt, Typ der Messgröße *(z. B. nicht wiederholbare Messung, Abreißkräfte)*,
- Informationen aus ggf. vorhandenen Werkzeugprüfplänen.

4.2 Sammeln von Informationen über Eingangsgrößen

Eine Messgröße (Ausgangsgröße, Ergebnisgröße) ist in der Regel von mehreren Eingangsgrößen abhängig. Daher lässt sich die Unsicherheit des Messergebnisses aus den Informationen über die Eingangsgrößen ermitteln.

4.2.1 Ermitteln der Eingangsgrößen

Eingangsgrößen werden systematisch ermittelt (z. B. mittels Ursache-Wirkung-Diagramm) und tabellarisch aufgelistet.

Messaufgabe:		
Längenmessung mit Meterstab	Widerstandsmessung mit Multimeter	pH-Wert-Messung mittels pH-Meter
Typische Eingangsgrößen:		
Abgelesene Länge Ablesewinkel Qualität des Meterstabs Lichtverhältnisse Anlegeverhältnisse Temperatur Referenzwert des Normals Kalibrierunsicherheit …	Strom Spannung Frequenz Leitungslänge Kontaktwiderstand Innenwiderstand Referenzwert des Normals Kalibrierunsicherheit …	Potentialdifferenz Temperatur Sondenmaterial Konzentration Flüssigkeitszusammensetzung Messprinzip (Gerätetyp) Referenzwert des Normals Kalibrierunsicherheit …

Tabelle 1: Einfache Beispiele für Messaufgaben mit typischerweise zugehörigen Eingangsgrößen

Mit Hilfe des sogenannten Ursache-Wirkung-Diagramms (vgl. [EWQ], auch als Ishikawa- oder Fischgrätendiagramm bekannt) können Eingangsgrößen systematisch geordnet und in Gruppen zusammengefasst werden. Gängige Gruppierungen sind Kategorien in Anlehnung an 5M wie z. B. **M**essobjekt, **M**esssystem, **M**ethode, **M**essprozess, **M**ensch, **M**itwelt (Umwelt) oder die Kategorien Messverfahren, Messobjekt, Normalgerät / Kalibrierung.

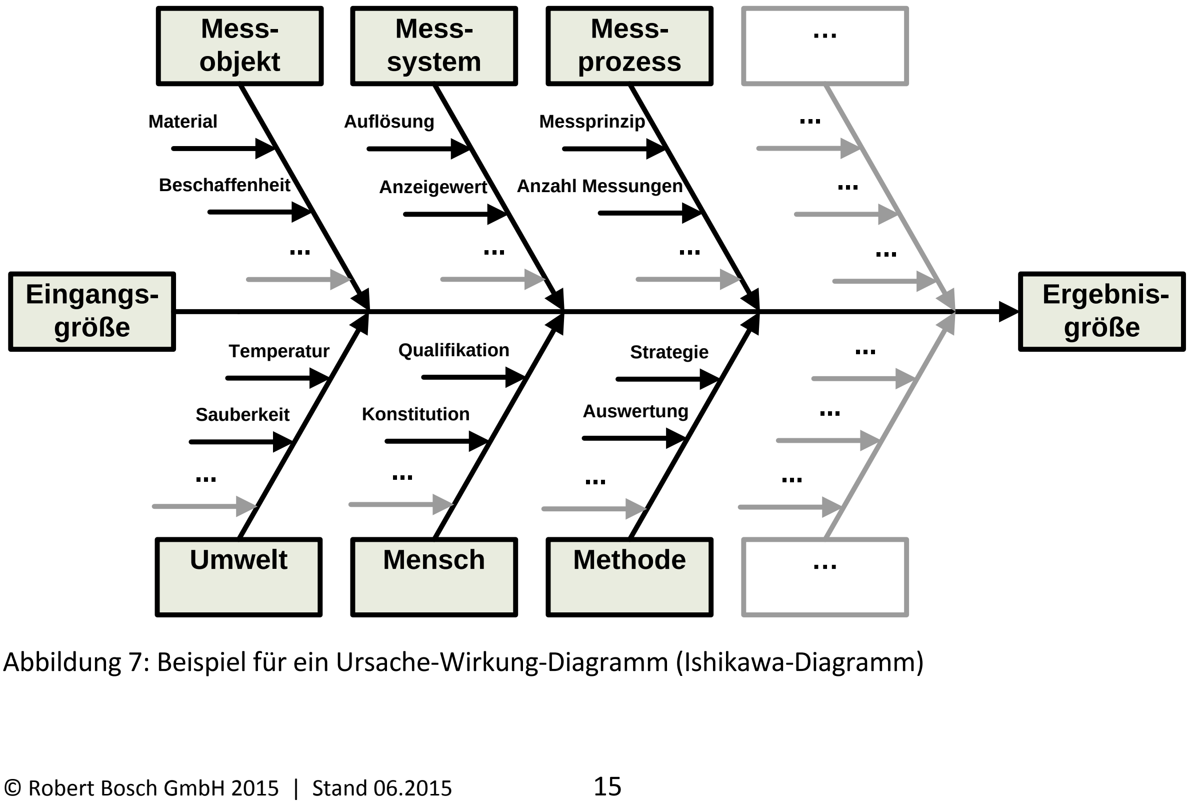


Abbildung 7: Beispiel für ein Ursache-Wirkung-Diagramm (Ishikawa-Diagramm)

Anhang A enthält Beispiele für Eingangsgrößen unterschiedlicher Kategorien. Sie können bei der Ermittlung der Eingangsgrößen im konkreten Fall als Anhaltspunkte dienen.

ANMERKUNG 1: Auswahl und Eigenschaften der Messobjekte und das Prüfpersonal können das Messergebnis beeinflussen und damit zur Messunsicherheit beitragen (vgl. Anhang A). Entsprechende Eingangsgrößen sind zu berücksichtigen.

ANMERKUNG 2: Sofern Messdaten aus den Verfahren nach [Heft 10] zur Ermittlung der Messunsicherheit verwendet werden (vgl. Kap. 6), sind Einflüsse durch Messobjekte und Prüfpersonal einschließlich möglicher Wechselwirkungen bereits in den Messdaten enthalten und müssen nicht gesondert berücksichtigt werden. Allerdings ist es dann nicht möglich, diese Einflüsse einzeln zu betrachten und zu optimieren, da sie in der Messunsicherheitsbilanz nicht als gesonderte Eingangsgrößen ausgewiesen werden.

4.2.2 Quantifizieren auf Basis vorhandener Informationen

Zu jeder ermittelten Eingangsgröße sind die benötigten quantitativen und qualitativen Informationen zu beschaffen. Informationen über Eingangsgrößen können aus den unterschiedlichsten Quellen stammen. Typische Beispiele:

- Ergebnisse direkter Messungen,
- Ergebnisse vorausgegangener Messungen,
- Erfahrungswerte und subjektive Bewertungen,
- Informationen aus Kalibrier- oder Prüfzertifikaten,
- Herstellerangaben, Datenblätter
  (u. a. mit Hinweisen auf Randbedingungen, die bei der Messung zu berücksichtigen sind, wie z. B. Feuchte, Temperatur, Umgebungsdruck, Sensitivität des Messgerätes, Auflösung, Messabweichung, Korrekturwerte, ...),
- Messwertstreuungen auf Basis von Erfahrungen oder Wiederholmessungen
  (z. B. wenn keine Angaben des Herstellers oder aus anderen Quellen verfügbar sind),
- Vorhandene Messunsicherheitsergebnisse, die in die Gesamtbetrachtung eingehen
  (z. B. von einzelnen Geräten der Messkette),
- Daten aus Untersuchungen der Messprozessfähigkeit,
- Angaben aus der vorhergehenden Mess- und/oder Kalibrierkette,
- Tabellen- oder Literaturwerte *(z. B. Materialkonstanten)*,
- Expertenforen.

Die Verwendbarkeit der verfügbaren Informationen ist abhängig vom Typ der Eingangsgröße unter diversen Gesichtspunkten zu bewerten. Typische Beispiele:

- Temperatur, Feuchtigkeit, Luftdruck,
- Erdmagnetfeld, elektromagnetische Wellen *(insbesondere bei elektrischen Größen)*,
- Streulicht *(insbesondere bei optischen Größen)*,
- Hintergrundstrahlung *(insbesondere bei radioaktiven Größen)*.

4.3 Aufstellen des Modells

Wie bereits erwähnt, ist eine Messgröße in der Regel von mehreren Eingangsgrößen abhängig. Daher lässt sich die Unsicherheit des Messergebnisses aus den Informationen über die Eingangsgrößen ermitteln. Dazu ist erforderlich, den Zusammenhang in Form eines mathematischen Modells darzustellen.

Im vorliegenden Kapitel werden ein allgemein gültiger Modellansatz [4] und daraus ableitbare, praxisrelevante Sonderfälle beschrieben. Für einen möglichst schnellen und direkten Zugang zum Thema werden die Sonderfälle vorangestellt und der allgemeine Ansatz erst am Ende des Kapitels erläutert [5].

Die mathematische Darstellung des Modells erfolgt als Funktion f in Abhängigkeit von den Werten x_i der Eingangsgrößen, der sogenannten Modellgleichung, aus der sich der Wert y der Messgröße berechnen lässt:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{4.1}$$

mit

$x_1, x_2, \ldots, x_n$	Werte der Eingangsgrößen, von denen der Wert y der Messgröße abhängt,
n	Anzahl der Eingangsgrößen.

*ANMERKUNG 1: Man spricht in diesem Zusammenhang von **Schätzwerten** der Eingangs- und Messgrößen. Dies soll zum Ausdruck bringen, dass gemessene Werte stets mit einer Unsicherheit behaftet sind. In der Statistik werden Schätzwerte mit Kleinbuchstaben dargestellt, während sogenannte „richtige Werte“ (vgl. Kap. Begriffe) mit Großbuchstaben bezeichnet werden.*

*ANMERKUNG 2: Die Literatur (z. B. [GUM]) unterscheidet häufig zwischen den (Schätz-)Werten für eine Größe (z. B. den Messwerten für eine Eingangsgröße) und der Größe selbst, der der **richtige Wert** (z. B. der Referenzwert eines Normals oder z. B. der Mittelwert der Messwerte) als Größenwert zugeordnet ist. Entsprechend werden die (Schätz-)Werte der Größe mit Kleinbuchstaben, die Größe selbst mit Großbuchstaben bezeichnet. Für die praktische Anwendung ist diese formale Unterscheidung von untergeordneter Bedeutung. Daher wird im vorliegenden Heft auf diese Unterscheidung verzichtet, d. h. es werden ausschließlich Kleinbuchstaben verwendet. Beispielsweise wird die Bezeichnung „Eingangsgröße x_i“ (oder nur „Eingangsgröße i“) auch dann verwendet, wenn der richtige Wert gemeint ist, d. h. die Eingangsgröße selbst, und die formal korrekte Bezeichnung „Eingangsgröße X_i“ wäre. Stattdessen werden an Textstellen, die eine Unterscheidung erfordern, ausdrücklich die Begriffe „richtiger Wert“ oder „Referenzwert“ verwendet.*

*ANMERKUNG 3: Neben Messwerten x_i der Eingangsgrößen i, die sich unmittelbar auf das Messergebnis y der Ausgangsgröße auswirken und zu deren Berechnung verwendet werden, existieren häufig weitere Größen, die sich bei einer Messung nicht unmittelbar auf die Ausgangsgröße auswirken. Diese indirekt wirkenden Größen werden auch als **„Einflussgrößen“** bezeichnet [vgl. VIM 2.52]. Die Unterscheidung ist allerdings eher formaler Natur. Im vorliegenden Heft wird deshalb nicht zwischen Eingangs- und Einflussgrößen unterschieden und durchgängig der Begriff **„Eingangsgröße“** verwendet.*

ANMERKUNG 4: Die Werte x_i der Eingangsgrößen können positive oder negative Vorzeichen haben.

*ANMERKUNG 5: Es ist empfehlenswert, für alle Größen **SI-Einheiten** (m, s, Ω usw.) ohne sogenanntes „Präfix“ zur Bezeichnung von dezimalen Vielfachen oder Teilen (kilo, milli, mikro usw.) zu verwenden. In diesem Fall ermöglicht die Modellgleichung eine einfache und effiziente Dimensionskontrolle zur Fehlervermeidung, d. h. die Maßeinheiten der Eingangsgrößen in die Gleichung eingesetzt muss (ggf. nach algebraischer Umformung) die Maßeinheit der Ergebnisgröße liefern.*

[4] „Allgemein gültig“ soweit lineare Ansätze anwendbar sind, d. h. das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz

[5] In der Praxis können Modellgleichungen Teilmodelle enthalten, die einem oder mehreren der nachfolgend beschriebenen Modellansätze entsprechen (vgl. z. B. Anhang J.8)

4.3.1 Additives Modell

In vielen Fällen besteht die Modellfunktion aus der Summe von zwei oder mehr Eingangsgrößen:

$$y = x_1 + x_2 + ... + x_n \tag{4.2}$$

Dieser Modellansatz erfordert, dass alle Eingangsgrößen x_i durchgängig einheitlich in der Maßeinheit (Dimension, vgl. [VIM, 1.7]) der Ergebnisgröße y eingesetzt werden.

BEISPIEL 1: Der Gesamtwiderstand R (Messgröße) zweier in Serie geschalteter Widerstände R_A und R_i (Eingangsgrößen) berechnet sich nach der Modellgleichung $R = R_A + R_i$. Der Arbeitswiderstand R_A wurde mit 15 kΩ gemessen, der Innenwiderstand R_i des Messgerätes ist mit 100 mΩ spezifiziert. Es ist unbedingt darauf zu achten, dass die beiden Werte in der gleichen Maßeinheit in die Modellgleichung eingesetzt werden, z. B. R_A = 15 kΩ und R_i = 0,0001 kΩ oder R_A = 15.000 Ω und R_i = 0,1 Ω.

BEISPIEL 2: Die Geschwindigkeit v (Messgröße) setzt sich aus den Geschwindigkeitskomponenten v_1 und v_2 (Eingangsgrößen) zusammen, d. h. es gilt die Modellgleichung $v = v_1 + v_2$. Die Werte v und v_1 liegen in km/h vor, der Wert v_2 in m/s. Vor dem Einsetzen in die Modellgleichung ist daher erforderlich, entweder v und v_1 in m/s umzurechnen (1 km/h = 1000 m / 3600 s ≈ 0,278 m/s) oder v_2 in km/h (1 m/s = 3,6 km/h).

Der additive Ansatz lässt sich außerdem verwenden, um Messunsicherheiten auch dann konform zu [GUM] zu ermitteln, wenn der Zusammenhang zwischen Eingangsgrößen und Messergebnis aufgrund seiner Komplexität nicht oder nicht geschlossen in Form einer Gleichung aus physikalischen Modellen abgeleitet werden kann. Voraussetzung ist, dass die Abweichungen von den richtigen Werten der Eingangsgrößen quantifizierbar (vgl. Kap. 4.2.2) und voneinander unabhängig sind (vgl. Kap. 4.4.3). In diesen Fällen wird eine Modellgleichung der Form

$$y = y_0 + \delta x_1 + \delta x_2 + \ldots + \delta x_n \tag{4.3}$$

angesetzt mit

y_0	richtiger Wert für das Messergebnis y (keine Unsicherheit), oft durch Korrektion des Anzeigewertes y‘ abgeschätzt (vgl. Kap. 4.3.3);
$\delta x_1 \ldots \delta x_n$	Abweichungen von den richtigen Werten der Eingangsgrößen in der Maßeinheit des Messergebnisses mit Erwartungswert 0; 1 ≤ i ≤ n.

Anwendungsbeispiele: siehe Anhang J (ausgenommen J.7)

4.3.2 Multiplikatives Modell

In manchen Fällen besteht die Modellfunktion aus einem Produkt und/oder Quotienten von zwei oder mehr Eingangsgrößen:

$$y = \frac{x_1 \cdot x_2 \cdot ...}{... \cdot x_{n-1} \cdot x_n} \tag{4.4}$$

Dieser Modellansatz erfordert, dass alle Eingangsgrößen x_i in Maßeinheiten (Dimensionen) eingesetzt werden, deren Verknüpfung als Produkt bzw. Quotient gemäß Modellgleichung die Maßeinheit der Ergebnisgröße y liefert. Bei Verwendung relativer Einheiten (z. B. %) ist Kap. 4.4 (Anmerkung und Beispiel) zu beachten.

BEISPIEL 1: Der Widerstand R (Messgröße) wird durch Messen der Spannung U und des Stromes I (Eingangsgrößen) ermittelt, d. h. es gilt die Modellgleichung R = U / I. Es werden die Werte U = 6 V und I = 12 mA gemessen. Der Widerstand R ist mit 500 Ω spezifiziert. Da 1 Ω = 1 V/A gilt, ist vor dem Einsetzen in die Modellgleichung erforderlich, den Strom I in A umzurechnen, d. h. I = 0,012 A einzusetzen.

BEISPIEL 2: Die Geschwindigkeit v (Messgröße) wird durch Messen des zurückgelegten Weges s und der dafür benötigten Zeit t (Eingangsgrößen) ermittelt, d. h. es gilt die Modellgleichung v = s / t. Die Messstrecke ist mit s = 100 m spezifiziert, das Messergebnis für die benötigte Zeit beträgt t = 14,9 s, so dass v = 6,7114 m/s. Der Tachometer ist in mph (Meilen pro Stunde) geeicht und zeigt die Geschwindigkeit v = 15 mph an. Vor dem Einsetzen in die Modellgleichung ist daher erforderlich, v in m/s umzurechnen (1 mph = 0,44704 m/s), d.h. v = 6,7056 m/s einzusetzen (empfehlenswert). Alternativ könnten s in Meilen und t in Stunden umgerechnet werden (nicht empfehlenswert, da nicht durchgängig SI-Einheiten verwendet werden).

ANMERKUNG: Umrechnungsfaktoren (und Naturkonstanten) sind als Konstanten ohne Unsicherheit zu betrachten. Werden diese Größen jedoch gerundet, ist diese Ungenauigkeit (vgl. Kap. 4.5) ggf. geeignet zu berücksichtigen (vgl. Kap. 4.7.2).

Anwendungsbeispiele: siehe Anhang J.1.3 und J.1.4.

4.3.3 Lineare Funktion

In bestimmten Fällen kann der Zusammenhang zwischen der Ausgangsgröße y und einer oder mehreren Eingangsgrößen x_i durch folgende Modellfunktion beschrieben werden:

$$y = (a_1 + b_1 \cdot x_1) + (a_2 + b_2 \cdot x_2) + \ldots + (a_n + b_n \cdot x_n) \tag{4.5}$$

mit den Konstanten a_i und b_i, $1 \le i \le n$.

ANMERKUNG 1: Im Sonderfall n = 1 repräsentiert Gl. (4.5) eine Gerade mit Achsenabschnitt a_1 und Steigung b_1.

Ein häufiger Anwendungsfall ist die (rechnerische) Korrektion von Messergebnissen. Die Anzeige eines Messgerätes liefert einen Messwert y', der aufgrund eines bekannten systematischen Einflusses (z. B. Temperatur) einer Korrektur $K(y')$ unterzogen wird. Das korrigierte Messergebnis lässt sich dann folgendermaßen ermitteln (vgl. Anhang F):

$$y = y' + \underbrace{\alpha_K + \beta_K \cdot y'}_{=K(y')} \tag{4.6}$$

mit

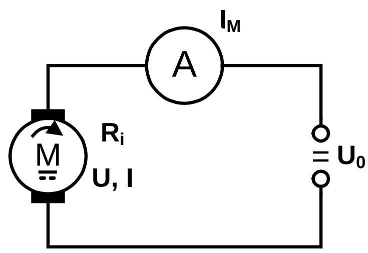
y	korrigiertes Messergebnis *(oft als richtiger Wert y_0 verwendet)*,
α_K	Korrektionskonstante *(Achsenabschnitt der Korrekturgeraden)*,
β_K	Korrektionsfaktor *(Steigung der Korrekturgeraden)*,
y'	unkorrigiertes Messergebnis *(„Rohwert“)*.

ANMERKUNG 2: Gl. (4.6) wird häufig als Teilmodell für den richtigen Wert y_0 im Gesamtmodell verwendet (vgl. z. B. Modellgleichung im Anhang J.3). Ein in der Praxis wichtiger Anwendungsfall ist, Gl. (4.6) in der Form $y_0 = y' + K$ mit $\beta_K = 0$ anzusetzen und K als Differenz des Referenzwertes y_0 des Normals und des unkorrigierten Messergebnisses y' zu berechnen: $K = y_0 - y'$. Bei mehreren Messergebnissen y' am gleichen Normal wird der Mittelwert $\overline{y'}$ verwendet.

Anwendungsbeispiele zur Korrektion: siehe Anhang J.2, J.3 und J.8.

4.3.4 Allgemeiner Fall

Ein allgemein gültiges Vorgehen ist naturgemäß nicht vollständig und umfassend beschreibbar. Zudem stellt das Vorgehen höhere Anforderungen an das physikalische und mathematische Verständnis des Anwenders. Das grundsätzliche Vorgehen basiert auf physikalischen Gesetzen, aus denen die Modellgleichung abgeleitet wird.



Dies sei am sehr einfachen Beispiel einer elektrischen Leistungsmessung erläutert. Die Leistungsaufnahme P eines Gleichstrommotors soll anhand des gemessenen Stromes I_M und des (z. B. im Herstellerdatenblatt) spezifizierten Innenwiderstandes R_i des Motors ermittelt werden. Dies bedeutet, dass I_M und R_i in diesem Fall die Eingangsgrößen zur Ermittlung der Messgröße P sind. Entsprechend wird die allgemeine Modellgleichung $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ in der Form

$$P = f(I_M, R_i) \tag{4.7}$$

angesetzt. Gemäß Grundlagenphysik gilt für die elektrische Leistungsaufnahme des Motors:

$$P = U \cdot I \tag{4.8}$$

Dabei steht U für den Spannungsabfall über den Motor, I für den Stom durch den Motor. Das Ohmsche Gesetz liefert die Beziehung zwischen U und R_i:

$$U = R_i \cdot I \tag{4.9}$$

In der gezeigten Schaltung gilt für den Strom I gemäß den Kirchhoffschen Gesetzen (Knotenregel):

$$I = I_M \tag{4.10}$$

U und I eingesetzt liefert die Modellgleichung:

$$P = R_i \cdot I_M \cdot I_M = R_i \cdot I_M^2 \tag{4.11}$$

Anwendungsbeispiele: siehe Anhang J.7 und J.8.

4.4 Eingangsgrößen: Ermitteln der Größenwerte und Standardunsicherheiten

Die Modellgleichung erlaubt die Berechnung des Messergebnisses y aus bekannten Werten x_i der Eingangsgrößen (vgl. Kap. 4.3). Der Messwert y ist stets mit einer Unsicherheit $u_C(y)$ behaftet. Sind die Unsicherheiten $u(x_i)$ der Eingangsgrößen x_i bekannt, lässt sich die Unsicherheit $u_C(y)$ des Messwertes y ebenfalls mit Hilfe der Modellgleichung ermitteln.

Mit [GUM] wurde die Ermittlung von Messunsicherheiten auf internationaler Ebene vereinheitlicht. Entsprechend werden die Ermittlungsmethoden in den vorliegenden Leitfaden übernommen. Zur Ermittlung der Größenwerte x_i und Standardunsicherheiten $u(x_i)$ der Eingangsgrößen unterscheidet [GUM] die folgenden beiden Methoden:

- **Methode A:** Die Werte x_i und $u(x_i)$ werden auf Basis wiederholter Messungen und ihrer statistischen Auswertung ermittelt.

  BEISPIELE: Zur Ermittlung der Messunsicherheit gemessene Daten; Ergebnisse der Messbeständigkeitsüberwachung; Datensätze früherer Untersuchungen

- **Methode B:** Die Werte x_i und $u(x_i)$ werden auf Basis anderer Quellen und ihrer Aufbereitung ermittelt.

  BEISPIELE: Herstellerangaben; Grenzwerte; aus früheren Untersuchungen bekannte Parameter; Literaturwerte

Das geeignete Vorgehen zur Ermittlung der Größenwerte x_i und Standardunsicherheiten $u(x_i)$ der Eingangsgrößen ergibt sich aus den Genauigkeitsanforderungen, den verfügbaren Messmöglichkeiten und wirtschaftlichen Gesichtspunkten. Bei jeder Eingangsgröße ist entweder Methode A oder Methode B anzuwenden. Es ist nicht erforderlich, bei allen Eingangsgrößen dieselbe Methode anzuwenden (vgl. Beispiele im Anhang J.3, J.6, J.7 und J.8). Vorgehen und Rechenschritte sind grundsätzlich zu dokumentieren.

ANMERKUNG: Häufig gibt es in der Messtechnik „Genauigkeitsangaben" relativ zu einem bestimmten Bezugswert, z. B. in Prozent des Messbereichsendwertes (engl. full scale). Erfahrungsgemäß ist eine häufige Fehlerquelle, dass nicht erkannt wird, dass es sich dabei effektiv um die Angabe des Absolutwertes der Unsicherheit handelt, der für den gesamten Messbereich gilt. Die prozentuale Angabe gilt ausschließlich am Bezugspunkt und nicht für Punkte des übrigen Messbereichs.

BEISPIEL: Eine Druckmessdose mit einem Messbereich von 0 bis 10 bar wird mit einer Unsicherheit von 0,5 % des Messbereichsendwertes spezifiziert. Diese Angabe entspricht einem Absolutwert von 0,05 bar, der für den gesamten Messbereich von 0 bis 10 bar gilt. Bei einem gemessenen Wert von zum Beispiel 0,4 bar ergibt sich daraus eine relative Unsicherheit von 0,05 bar / 0,4 bar = 0,125, d. h. 12,5 %.

4.4.1 Methode A

4.4.1.1 Ermittlung aus aktuellen Messergebnissen

Messungen der Eingangsgrößen i werden unter definierten Messbedingungen durchgeführt, die zu dokumentieren sind. Dabei sollen möglichst Bedingungen realisiert werden, die beim späteren Einsatz des Messsystems zu erwarten sind. Der Größenwert x_i wird durch den **arithmetischen Mittelwert**

$$\bar{x}_i = \frac{1}{m} \cdot \sum_{k=1}^{m} x_{ik} \tag{4.12}$$

der m Einzelmesswerte x_{ik} abgeschätzt [GUM, 4.2.1]. Dabei wird vorausgesetzt, dass eine Normalverteilung angenommen werden kann, was im Regelfall zulässig ist. Die Anzahl m der Einzelmesswerte muss ausreichend groß sein, um einen verlässlichen Größenwert x_i zu gewährleisten. Ein quantitatives Maß für diese „Verlässlichkeit" ist der sogenannte **Vertrauensbereich** (vgl. Anhang D).

ANMERKUNG: Statistische Aussagen werden um so verlässlicher, je besser die Messbedingungen Wiederholbedingungen erfüllen. Unter definierten Messbedingungen sind daher vorzugsweise Messungen

- *mit demselben Messsystem (Messgerät)*
- *an denselben Messobjekten*
- *nach dem gleichen Messverfahren*
- *unter gleichen, stabilen Bedingungen*
- *von demselben Prüfer*
- *am gleichen Ort*
- *innerhalb eines kurzen Zeitintervalls*

zu verstehen.

Bestehen Zweifel, ob geeignete Messbedingungen vorliegen, sind Korrelationszusammenhänge der Eingangsgrößen anhand von Parameterstudien zu untersuchen (vgl. Anhang C) und ggf. Korrektionen der Messwerte vorzunehmen (vgl. Anhang F). Alternativ ist zu prüfen, ob Methode B zu verlässlicheren Ergebnissen führen könnte und ggf. anzuwenden ist (vgl. Kap. 4.4.2).

Zufällige Einflüsse bei der Messung der Eingangsgröße i verursachen eine **Streuung der Einzelmesswerte** x_{ik}, die durch deren **empirische Standardabweichung**

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{1}{m-1} \cdot \sum_{k=1}^{m} (x_{ik} - \overline{x}_i)^2} \tag{4.13}$$

um ihren Mittelwert $\overline{x}_i$ am besten beschrieben wird [GUM, 4.2.2].

Die **Standardunsicherheit** der Eingangsgröße i wird durch die **Streuung des Mittelwertes** $\overline{x}_i$

$$u(\overline{x}_i) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{m}} \tag{4.14}$$

beschrieben [GUM, 4.2.3].

HINWEIS [6]: Die Anwendbarkeit von Gl. (4.14) mit m > 1 setzt ***zwingend*** *voraus, dass der Schätzwert für den richtigen Wert x_i der Eingangsgröße i als Mittelwert $\overline{x}_i$ aus m > 1 Messwerten x_{ik} ermittelt wird, die statistisch voneinander unabhängige, d. h. unkorrelierte Einzelbeobachtungen der Eingangsgröße i repräsentieren.*

- *Korrelationen zwischen Einzelwerten einer Datenreihe liegen vor, wenn z. B. Komponenten der Messabweichung zwischen den Einzelwerten der Datenreihe nicht zufällig schwanken sondern konstant sind oder sich systematisch ändern (siehe auch Kap. 4.4.3). Im Zweifelsfall sind geeignete Datenanalysen durchzuführen (siehe Anhang C). Andernfalls ist grundsätzlich m = 1 zu setzen, d. h. es ist die Standardabweichung der Einzelmesswerte x_{ik} als Standardunsicherheit zu verwenden.*
- *Eine auf Basis von Mittelwerten ermittelte Messunsicherheit darf beim anschließenden Einsatz des Messsystems nur auf Mittelwerte angewendet werden, die aus der gleichen Anzahl Einzelmesswerte ermittelt werden. Diese Bedingung wird in der Praxis häufig missachtet.*

BEISPIEL: Ein Messsystem gibt anstelle von Einzelmesswerten den Mittelwert einer definierten Anzahl Einzelmesswerte als „Messwert“ aus. Die Anzahl gemittelter Einzelmesswerte wird durch die eingestellte Integrationszeit festgelegt.

- *Für das Ergebnis der Messunsicherheitsstudie ist nicht maßgeblich, wieviele Einzelmesswerte gemittelt werden, sondern wieviele gemittelte „Messwerte“ in die Auswertung eingehen (m = 1 bei einem „Messwert“, m > 1 bei mehreren „Messwerten“).*
- *Das Ergebnis der Messunsicherheitsstudie ist auf spätere Messergebnisse nur unter der Voraussetzung anwendbar, dass das Messsystem mit denselben Parametereinstellungen arbeitet wie bei der Messunsicherheitsstudie (z. B. Integrationszeit, Abtastfrequenz).*

Erforderliche Einstellungen des Messsystems und Vorgehen beim Messen sind genau festzulegen und zu dokumentieren (z. B. in einer Prüf- oder Arbeitsanweisung).

[6] In Anlehnung an [EUROLAB], Anhang A.5 (Seite 44) und Anhang A.6 (Seite 47)

4.4.1.2 Ermittlung aus früheren Messergebnissen

Das Konzept der standardisierten Messunsicherheit ermöglicht, Ergebnisse früherer Messungen zur Ermittlung der Messunsicherheit heranzuziehen [7]. Dies ist in der Praxis von Vorteil, wenn aus technischen oder wirtschaftlichen Gründen nur wenige Messungen einer bestimmten Eingangsgröße i durchgeführt werden können, so dass zu wenige Einzelmesswerte vorliegen, um aus deren Standardabweichung einen ausreichend verlässlichen Wert für die Streuung zu ermitteln. In diesem Fall können Ergebnisse aus früheren Messungen verlässlichere Aussagen liefern, die z. B. in Form einer **zusammengefassten** *(engl. pooled)* **Standardabweichung s_p** zur Verfügung stehen [GUM 4.2.4].

Liegen zu einer Eingangsgröße i anstelle von $\mathbf{s_p}$ die Ergebnisse aus mehreren Messdatensätzen vor, d. h. die Standardabweichungen $s_j(x_i)$ und die Anzahlen m_j der Einzelmesswerte x_{ijk} in jedem Datensatz j sind bekannt, nicht aber die Werte x_{ijk}, wird die zusammengefasste Standardabweichung s_p nach folgender Berechnungsvorschrift ermittelt [GUM, H.3.6; ISO 5725-2, 7.4.5.1]:

$$s_p(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{j_p}(m_j - 1)\cdot s_j^2(x_i)}{\sum_{j=1}^{j_P}(m_j - 1)}} \tag{4.15}$$

mit

j_P	Anzahl zusammengefasster *(engl. pooled)* Datensätze,
m_j	Anzahl Messwerte im Datensatzes Nr. j,
$s_j(x_i)$	Standardabweichung des Datensatzes Nr. j zur Eingangsgröße Nr. i.

Es ist unbedingt zu beachten, dass frühere Ergebnisse für $\mathbf{s_p}$ nur unter der Voraussetzung anwendbar sind, dass Zeitpunkt und Bedingungen früherer Messungen einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Eingangsgrößen haben. Grundsätzlich müssen bei der Ermittlung der Messwerte vergleichbare Bedingungen wie beim praktischen Einsatz des Messsystems realisiert worden sein. Eine qualifizierte Bewertung dieser Anforderung kann normalerweise nur anhand der Dokumentation der früheren Messunsicherheitsstudie erfolgen.

Die zugehörige Standardunsicherheit berechnet sich gemäß

$$u(\bar{x}_i) = \frac{s_p(x_i)}{\sqrt{m}} \tag{4.16}$$

Dabei steht $m \geq 1$ für die Anzahl der Einzelmesswerte x_{ik}, die zur Ermittlung des Größenwertes x_i der Eingangsgröße i im Rahmen der **aktuellen** Messunsicherheitsstudie tatsächlich gemessen wurden (und nicht für die Anzahl aller früher ermittelten Einzelmesswerte, die zu $\mathbf{s_p}$ beigetragen haben) [GUM H.3.6].

HINWEIS: Bzgl. Anwendbarkeit von m > 1 ist der Hinweis in Kap. 4.4.1.1 zu beachten.

4.4.2 Methode B

Die Standardunsicherheiten von Eingangsgrößen können auch dann ermittelt werden, wenn eine mehrfache Beobachtung nicht möglich ist und Methode A daher nicht anwendbar ist. Dazu gehören insbesondere folgende Fälle:

- Die Durchführung von Messreihen ist nicht möglich (z. B. aus messtechnischen oder wirtschaftlichen Gründen).
- Zu einem früheren Zeitpunkt wurden zwar Messungen durchgeführt, aber es liegen nur die Ergebnisse der Auswertung vor (z. B. Streuung, Verteilung, soweit nicht nach Kap. 4.4.1.2 genutzt) [7].
- Eingangsgrößen sind messtechnisch nicht erfassbar (z. B. bei subjektiven Einflüssen, vgl. Anhang A).

In diesen Fällen kann auf die **Ergebnisse** früherer Untersuchungen zurückgegriffen oder anhand vorliegender Erfahrungen abgeschätzt werden, in welchem Wertebereich die Werte der Eingangsgrößen zu erwarten sind und welcher Verteilungsform sie zugeordnet werden können.

Nach [GUM, 4.3.1] können Standardunsicherheiten gewonnen werden aus

- Auswertungsergebnissen früherer Messungen [7],
- Erfahrungen oder allgemeinen Kenntnissen über Verhalten und Eigenschaften der relevanten Materialien oder Messgeräte,
- Angaben des Herstellers, Datenblättern,
- Daten aus Kalibrierscheinen und anderen Zertifikaten,
- Unsicherheiten von Referenzdaten aus Handbüchern.

Die Anforderungen des Modells (vgl. Kap. 4.3) und die praktischen Erfahrungen des Messtechnikers sind ausschlaggebend dafür, welche Quellen sinnvollerweise genutzt werden.

Besonders gute Voraussetzungen für die Auswertung nach Methode B bieten Daten, die im Rahmen von Ringversuchen gewonnen wurden. Diese finden insbesondere bei Messverfahren Anwendung, bei denen aufgrund ihrer komplexen Wechselwirkungen nur das Verfahren insgesamt bewertet werden kann, nicht jedoch die Einzelbeiträge der vorhandenen Einflüsse (siehe hierzu [ISO 21748]).

4.4.2.1 Ermittlung aus vorliegenden Unsicherheitsangaben

Folgende Fälle sind zu unterscheiden:

- Wird die Unsicherheitsangabe als Mehrfaches einer Standardabweichung angegeben, wird die Standardunsicherheit berechnet, indem der vorliegende Größenwert durch diesen Faktor dividiert wird [GUM, 4.3.3].
- Wird zur Unsicherheitsangabe ein Vertrauensniveau angegeben (z. B. 90 %, 95 % oder 99 %), darf eine Normalverteilung angenommen werden. Die Standardunsicherheit wird berechnet, indem der vorliegende Größenwert durch den entsprechenden Erweiterungsfaktor k_p dividiert wird (z. B. 1,64; 1,96 bzw. 2,58; siehe Anhang D) [GUM 4.3.4].

  ANMERKUNG: Es wird außerdem vorausgesetzt, dass genügend Freiheitsgrade ($\nu \geq 20$) vorhanden waren, so dass die Näherung $\nu \to \infty$ hinreichend erfüllt ist (siehe Anhang D).
- Wird die Unsicherheitsangabe als erweiterte Messunsicherheit ausgewiesen und es fehlt die Angabe des Vertrauensniveaus, wird die Standardunsicherheit berechnet, indem der vorliegende Größenwert durch $k_p = 2$ dividiert wird (entsprechend Vertrauensniveau 95,45 %, siehe Anhang D).
- Unsicherheitsangaben aus vorliegenden Quellen (z. B. Datenblatt, Literatur) werden unverändert als Standardunsicherheit übernommen, wenn keine weiteren Angaben über Beiträge und Bestandteile verfügbar sind und die Unsicherheit nicht ausdrücklich als erweiterte Messunsicherheit ausgewiesen wird.

4.4.2.2 Ermittlung aus vorliegenden Grenzwerten

Es wird angenommen, dass die vorliegenden Grenzwerte a_- und a_+ auf Basis von Messwerten x_i ermittelt wurden, die einer statistischen Verteilung angehören und mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit im Bereich zwischen a_- und a_+ liegen. Der Mittenwert $(a_+ + a_-)/2$ dieses Bereiches liegt im Abstand $a = (a_+ - a_-)/2$ zu diesen Grenzen.

- Sind Verteilung und Vertrauensniveau bekannt und in Tabelle 2 enthalten, wird die Standardunsicherheit $u(x_i)$ nach der Berechnungsvorschrift in Tabelle 2 ermittelt.
- Fehlen entsprechende Angaben, können die Hinweise in Tabelle 2 zur Auswahl einer geeigneten Verteilung genutzt werden.

---

[7] [GUM] liefert kein eindeutiges Kriterium, um die Nutzung von Daten aus früheren Untersuchungen der Methode A oder B zuzuordnen. Die vorliegende Richtlinie ordnet solche Daten primär der Methode A zu (vgl. [GUM, 4.2.4]). Dies bedeutet nicht, dass die Zuordnung zu Methode B nicht gleichermaßen sinnvoll sein kann (vgl. [GUM, 4.3.1]). Auswertungsergebnisse werden durch diese Zuordnung nicht beeinflusst.

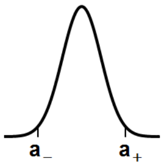
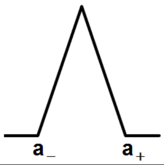
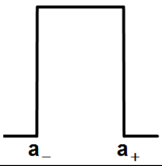
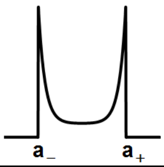
Verteilung (Dichtefunktion)	**Informationen über die Messwerte x_i**	**Lage der Messwerte x_i innerhalb der Grenzen a_- und a_+**	**Grad des Vertrauens (Wahrscheinlichkeit) für Lage der Messwerte x_i innerhalb der Grenzen a_- und a_+**		**Standard-unsicherheit $u(x_i)$**
Normal-verteilung 	Werte sind zufällig	mitten-konzentriert	Annahme einer Wahr-scheinlichkeit kleiner 100 % sinnvoll und notwendig	99,73 %	$u(x_i) = a/3$ [GUM, G.1.3]
				95,45 %	$u(x_i) = a/2$ [GUM, G.1.3]
Dreiecks-verteilung 	Werte sind zufällig	mitten-konzentriert	alle Werte innerhalb der Grenzen a_- und a_+ (z. B. aus physikalischen Gründen)	100 %	$u(x_i) = a/\sqrt{6}$ $(\sqrt{6} \approx 2{,}45)$ [GUM, 4.3.9]
Gleich- oder Rechteck-verteilung 	keine	unbekannt			$u(x_i) = a/\sqrt{3}$ $(\sqrt{3} \approx 1{,}73)$ [GUM, 4.3.7]
U-Verteilung 	keine	grenzlagig			$u(x_i) = a/\sqrt{2}$ $(\sqrt{2} \approx 1{,}41)$

Tabelle 2: Verteilungen für Eingangsgrößen mit Berechnungsvorschrift für die Standardunsicherheit

Beispiele für Anwendungen in der Praxis:

- Normalverteilung: Ergebnisse statistischer Auswertungen (z. B. unter Wiederholbedingungen ermittelte Messwerte); Angaben im Kalibrierschein (z. B. Referenzwert);
- Dreiecksverteilung: Interpolierte Werte von Eingangsgrößen; spezielle Messsysteme (z. B. Wheatstone'sche Brückenschaltung mit Kompensation als Nullpunkts-detektor); Näherung für Normalverteilung;
- Rechteckverteilung[8]: Ergebnisse, von denen nur Grenzwerte bekannt sind; Ergebnisse, die durch Digitalisierung entstanden sind;
- U-Verteilung: Sinusähnliche Schwingungen, Messergebnisse mit Hysterese.

Abhängig vom Anwendungsfall können andere Verteilungen erforderlich sein (z. B. Trapezverteilung, Modalverteilung). Dies ist ggf. im Einzelfall zu prüfen und zu begründen.

Ist bei Dreiecks-, Rechteck- oder U-Verteilung nicht gesichert, dass alle Messwerte innerhalb der Grenzen a_- und a_+ liegen (Vertrauensniveau < 100 %), gelten abweichende Berechnungsvorschriften für die Standardunsicherheiten. Hierzu wird auf die Fachliteratur verwiesen.

[8] Ungünstigster Fall, führt zu größtmöglichem Beitrag dieser Eingangsgröße zur Gesamtunsicherheit

4.4.3 Korrelierte Eingangsgrößen

Bewirkt eine Änderung der Eingangsgröße i auch eine Änderung der Eingangsgröße j und umgekehrt, sind diese Eingangsgrößen korreliert. Allgemein ist mit Korrelationen zu rechnen, wenn zwei Größen voneinander oder von einer gemeinsamen dritten (ggf. versteckten) Größe oder mehreren solchen Größen abhängen. [9]

- Diese Abhängigkeit kann sich direkt auf die physikalischen Größen selbst beziehen. So sind z. B. die relativen Massenanteile der Bestandteile eines Stoffgemisches voneinander abhängig, denn ihre Summe ist gleich Eins. Dies gilt unabhängig von Änderungen der relativen Anteile, z. B. durch chemische Umwandlungen innerhalb des Gemisches. [9]
- Häufig sind zwar physikalische Größen voneinander unabhängig, aber ihre Werte wurden nicht unabhängig voneinander ermittelt. Das ist der Fall, wenn zwei Größen in demselben Experiment ermittelt werden – z. B. Achsenabschnitt und Steigung einer Kalibriergeraden – oder wenn für verschiedene Eingangsgrößen dasselbe Normal verwendet wird. Typische Beispiele sind auch gemeinsame Einflüsse von Messparametern (z. B. Temperatur auf Längenausdehnung) und zeitliche Beeinflussung verschiedener Eingangsgrößen (z. B. zeitlich unterschiedliche Erwärmungsvorgänge der verwendeten Messgeräte). Dann hängen die ermittelten Größen von gemeinsamen Größen ab: dem Kalibrierdatensatz bzw. dem Wert des Normals. [9]

Die Berücksichtigung von Korrelationen erschwert die mathematische Behandlung erheblich (siehe Anhang C) und wird deshalb möglichst vermieden. Korrelationen sind typischerweise vernachlässigbar, wenn

- die Datensätze aus verschiedenen, voneinander unabhängigen Experimenten stammen, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten durchgeführt wurden;
- konstante Eingangsgrößen vorliegen (d. h. ohne Änderung der einen Eingangsgröße kann sich auch bei korrelierten Eingangsgrößen keine Auswirkung auf die andere Eingangsgröße ergeben);
- die Standardunsicherheit bei einer der beiden Eingangsgrößen vernachlässigbar ist (vgl. Anhang C.1, Anmerkung 5).

Liegen nicht vernachlässigbare Korrelationen vor, kann die detaillierte Analyse und aufwändigere mathematische Behandlung häufig vermieden werden, indem Parameter, die sich auf mehrere Eingangsgrößen auswirken, im Modell als zusätzliche und unabhängige Eingangsgrößen mit unabhängiger Standardunsicherheit berücksichtigt werden (z. B. Umgebungstemperatur).

[9] In Anlehnung an [EUROLAB], Anhang A.5 und A.6

4.5 Berechnen der kombinierten Standardunsicherheit

HINWEIS 1: Basis aller nachstehenden Berechnungsvorschriften – auch des allgemeinen Falls – ist das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz, d. h. eine ***lineare*** *Näherung. Diese beruht auf der Entwicklung der Modellgleichung in eine Taylorreihe, die nach dem linearen Glied abgebrochen wird. In Sonderfällen (z. B. bei Präzisionsbetrachtungen) kann es erforderlich sein, die quadratischen oder höheren Terme der Taylor-entwicklung zu berücksichtigen. Hierzu wird auf entsprechende Fachliteratur verwiesen.*

HINWEIS 2: Alle nachstehenden Berechnungsvorschriften setzen ***unkorrelierte*** *Eingangsgrößen voraus.*

Modell	Modellgleichung	Kombinierte Standardunsicherheit $u_C(y)$ des Messergebnisses y	
Additiv (Kap. 4.3.1)	$y = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$	$u_C(y) = \sqrt{u^2(x_1) + u^2(x_2) + \ldots + u^2(x_n)}$	(4.17)
	$y = y_0 + \delta x_1 + \delta x_2 + \ldots + \delta x_n$	$u_C(y) = \sqrt{u^2(\delta x_1) + u^2(\delta x_2) + \ldots + u^2(\delta x_n)}$	(4.18)
Multiplikativ (Kap. 4.3.2)	$y = \frac{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots}{\ldots \cdot x_{n-1} \cdot x_n}$	$\frac{u_C(y)}{y} = \sqrt{\left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{u(x_n)}{x_n}\right)^2}$	(4.19)
Lineare Funktion (Kap. 4.3.3)	$y = a_1 + b_1 \cdot x_1 + \ldots$ $\ldots + a_n + b_n \cdot x_n$	$u_C(y) = \sqrt{\begin{array}{l} u^2(a_1) + {x_1}^2 \cdot u^2(b_1) + {b_1}^2 \cdot u^2(x_1) + \ldots \\ \ldots + u^2(a_n) + {x_n}^2 \cdot u^2(b_n) + {b_n}^2 \cdot u^2(x_n) \end{array}}$	(4.20)
Allgemein (Kap. 4.3.4)	$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$	$u_C(y) = \sqrt{c_1^2 \cdot u^2(x_1) + c_2^2 \cdot u^2(x_2) + \ldots + c_n^2 \cdot u^2(x_n)}$ mit den Sensitivitätskoeffizienten $c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}$	(4.21)

mit

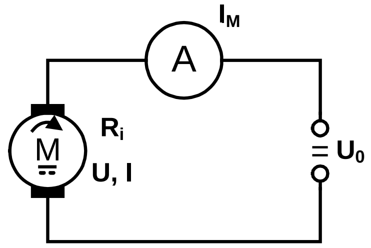
$u(x_i)$	Standardunsicherheiten der Werte x_i der Eingangsgrößen i mit $1 \le i \le n$,
$u(\delta x_i)$	Standardunsicherheiten der Abweichungen δx_i von den erwarteten Werten x_i der Eingangsgrößen i mit $1 \le i \le n$,
$u_C(y)$	kombinierte Standardunsicherheit des Messergebnisses y,
y	(ggf. korrigiertes) Messergebnis.

Einzelheiten zur Herleitung der Gln. (4.17) bis (4.21) siehe Anhang B, Anwendungsbeispiele siehe Anhang J.

ANMERKUNG: Beim multiplikativen Modell lässt sich die relative, d. h. die auf den Messwert y bezogene, kombinierte Standardunsicherheit $u_C(y)$ / y des Messergebnisses y direkt durch quadratische Addition der relativen Standardunsicherheiten $u(x_i)$ / x_i der Eingangsgrößen x_i ermitteln.

Beispiel

HINWEIS 3: Der allgemeine Fall stellt in der Regel erhöhte Ansprüche an das physikalische und mathematische Verständnis des Anwenders.

Allgemeiner Fall	Beispiel Leistungsmessung nach Kap. 4.3.4
	
Modellgleichung $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$	$P = P(R_i, I_M) = R_i \cdot I_M{}^2$
Sensitivitätskoeffizienten $c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}, \quad 1 \le i \le n$	$c_{R_i} = \frac{\partial P}{\partial R_i} = \frac{\partial}{\partial R_i} R_i \cdot I_M{}^2 = I_M{}^2$ $c_{I_M} = \frac{\partial P}{\partial I_M} = \frac{\partial}{\partial I_M} R_i \cdot I_M{}^2 = 2 \cdot R_i \cdot I_M$
Kombinierte Standardunsicherheit $u_C(y) = \sqrt{c_1^2 \cdot u^2(x_1) + c_2^2 \cdot u^2(x_2) + \ldots + c_n^2 \cdot u^2(x_n)}$	$u_C(P) = \sqrt{c_{R_i}^2 \cdot u^2(R_i) + c_{I_M}^2 \cdot u^2(I_M)}$ $= \sqrt{I_M{}^4 \cdot u^2(R_i) + 4 \cdot R_i{}^2 \cdot I_M{}^2 \cdot u^2(I_M)}$ $= \sqrt{I_M{}^2 \cdot u^2(R_i) + 4 \cdot R_i{}^2 \cdot u^2(I_M)} \cdot I_M$

4.6 Erweiterte Messunsicherheit

Die erweiterte Messunsicherheit U ist ein Kennwert, der einen Bereich um das Messergebnis kennzeichnet, von dem erwartet werden kann, dass er einen großen Anteil der Verteilung der Werte umfasst, die der Messgröße vernünftigerweise zugeordnet werden könnten [10]. Er berechnet sich gemäß

$$U = k_p \cdot u_C \tag{4.22}$$

mit

u_C	kombinierte Standardunsicherheit (siehe Kap. 4.5),
k_p	Erweiterungsfaktor für einen bestimmten Grad des Vertrauens.

Der verwendete Faktor k_p (oder alternativ das Vertrauensniveau) ist zu dokumentieren.

ANMERKUNG 1: In der Messtechnik wird vorzugsweise ein Grad des Vertrauens von 95,45 % entsprechend $k_p = 2$ verwendet. Dies setzt $m \geq 20$ Messwerte voraus (siehe Anhang D).

ANMERKUNG 2: Der Wert von k_p wird nicht nur durch das Vertrauensniveau sondern auch durch die Anzahl Freiheitsgrade bestimmt. Die Freiheitsgrade sind insbesondere dann relevant, wenn (deutlich) weniger als 20 Messwerte verfügbar sind oder wenn eine optimal abgestimmte Auswahl von k_p benötigt wird (z. B. wenn überhöhte Messunsicherheitsangaben unbedingt vermieden werden müssen). Weitere Erläuterungen siehe Anhang D.3.

Bei (ausschließlicher) Anwendung von Methode A ist die Anzahl Freiheitsgrade grundsätzlich anzugeben [GUM 4.2.6].

ANMERKUNG 3: Anstelle der Freiheitsgrade kann alternativ die Anzahl Messwerte angegeben werden.

[10] In Anlehnung an [GUM, 2.3.5] und [VIM(2), 3.9]

4.7 Vollständiges Messergebnis

4.7.1 Schreibweisen

Das vollständige Messergebnis einer Messgröße setzt sich aus dem ggf. korrigierten Messwert, d. h. dem Messergebnis y und der zugehörigen erweiterten Messunsicherheit U zusammen. Folgende Schreibweisen sind möglich:

- $y \pm U$ (empfohlen für Bosch)
- y, U
- y, U_{rel}
- $y \cdot (1 \pm U_{rel})$
- $y\ (U)$ (nicht empfohlen)

Dabei bezeichnet U_{rel} die auf den Messwert bezogene, erweiterte Messunsicherheit $U_{rel} = U / |y|$.

ANMERKUNG 1: Nicht zulässig sind Angaben wie z. B. 5 mA ± 5 %.

Der Bereich, in dem der richtige Wert des Messergebnisses erwartet wird, ist gegeben durch die Grenzen $y - U$ und $y + U$.

ANMERKUNG 2: Bei einseitig begrenzten Merkmalen kann es vorkommen, dass y - U den Wert 0 unterschreitet. Ist das der Fall, gilt für den richtigen Wert der Bereich von 0 bis y + U.

ANMERKUNG 3: Wurden bei der Ermittlung der Messunsicherheit Korrektionen berechnet und angewendet, ist deren gesonderte Angabe in vielen Fällen eine sinnvolle Zusatzinformation (siehe z. B. Anhang J.3, Seite 80; Anhang J.8, Seite 116).

ANMERKUNG 4: Liegen mehrere Messergebnisse (kein Einzelwert) vor, sind tabellarische Angaben zulässig.

4.7.2 Rundungsregeln

Entsprechend [GUM, 7.2.6] dürfen die Zahlenwerte für das Messergebnis y und seine erweiterte Messunsicherheit U nicht mit einer übermäßigen Anzahl Stellen angegeben werden. Es reicht gewöhnlich aus, U auf höchstens zwei signifikante Dezimalstellen[11] genau anzugeben. In manchen Fällen kann es notwendig sein, weitere Stellen beizubehalten, um bei nachfolgenden Berechnungen Rundungsabweichungen zu vermeiden .

ANMERKUNG 1: Im Gegensatz zur Rundung des Endergebnisses sollten Rundungen von Zwischenergebnissen und Werten der Eingangsgrößen möglichst vermieden werden.

Korrelationskoeffizienten sind auf drei signifikante Stellen genau anzugeben, wenn ihre absoluten Werte nahe bei Eins liegen.

Es ist nicht sinnvoll, die Zahlenwerte für das Messergebnis y und seine erweiterte Messunsicherheit U im Endergebnis mit mehr als einer zusätzlichen Dezimalstelle als der Auflösung des Messsystems entspricht anzugeben. Weitere Dezimalstellen sind mit der eingesetzten Messeinrichtung nicht zu erfassen und daher wertlos.

Die Endergebnisse von Unsicherheitsberechnungen sind aufzurunden. Beispiel: U = 0,422 µm wird auf U = 0,43 µm aufgerundet. Ergebnisse von Freiheitsgradberechnungen (siehe Anhang D.3) sind auf ganze Zahlen abzurunden.

ANMERKUNG 2: Trotzdem sollte man stets Vernunft walten lassen und Grenzfälle wie z.B. U = 0,4205 µm auf U = 0,42 µm abrunden statt auf U = 0,43 µm aufrunden.

[11] Stellen einer Zahl werden „signifikante Stellen" genannt, wenn die entsprechende Zahl als innerhalb der Grenzen der Abweichung der letzten Stelle liegend betrachtet werden kann (vgl. DIN EN ISO 80000-1:2013-08). *Beispiel: Der Zahlenwert 4,12 besitzt 3 signifikante Stellen, wenn der genaue Wert im Bereich $4{,}115 \le x < 4{,}125$ liegt, da alle Zahlenwerte dieses Bereiches nach üblichen Regeln gerundet 4,12 ergeben.*

4.8 Tabellarische Messunsicherheitsbilanz

In den vorangegangen Unterkapiteln von Kapitel 4 werden die erforderlichen Arbeitsschritte zur Ermittlung und Angabe von Messunsicherheiten beschrieben. Im konkreten Anwendungsfall ist jeweils eine nachvollziehbare Dokumentation dieser Arbeitsschritte zu erstellen. Ein verbindliches Format für diese Dokumentation wird nicht vorgegeben. Es ist aber empfehlenswert, eine Messunsicherheitsbilanz in tabellarischer Form zu erstellen. Anhang I enthält einen Vorschlag für eine solche tabellarische Darstellung, die auch für die Beispiele im Anhang J verwendet wird. Ergänzende Bescheibungen mit Texten und Bildern zur Messaufgabe, dem Messaufbau, zur Auswahl der Eingangsgrößen und von Berechnungen werden in den meisten Fällen erforderlich sein.

ANMERKUNG 1: Im Deutschen wird anstelle des Normbegriffes „Messunsicherheitsbilanz" häufig der Begriff „Messunsicherheitsbudget" verwendet. Dies sollte vermieden werden, da dieser Begriff insbesondere bei der Übersetzung in andere Sprachen zu Fehlinterpretationen führen kann.

Bei Messunsicherheiten von variablen Größen (z. B. Kennlinien), die an mehreren Referenzpunkten (Parametereinstellungen) ermittelt werden, wird die tabellarische Darstellung mit steigender Anzahl Referenzpunkte zunehmend aufwändig und unübersichtlich (z. B. bei einer Tabelle je Referenzpunkt). In der Praxis werden in solchen Fällen Darstellungen der Messunsicherheit in Abhängigkeit von einzelnen Parametern als Kurve oder Kurvenschar verwendet.

4.8.1 Mindestanforderungen an die Dokumentation

Eine tabellarische Messunsicherheitsbilanz, die die Anforderung bzgl. Nachvollziehbarkeit erfüllt, sollte (ggf. zusammen mit ergänzenden Beschreibungen) folgende Mindestangaben enthalten:

- die Modellgleichung [12],
- alle Eingangsgrößen (als Symbol), die in die Messunsicherheitsstudie eingehen,
- den (Schätz-)Wert jeder Eingangsgröße [12],
- die jeweils zugehörige Standardunsicherheit [12],
- Angaben zu Korrelationen [12] und ggf. Kovarianzen,
- Angewandte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion [12] *(z. B. Normalverteilung, Rechteckverteilung)*,
- die Freiheitsgrade [12] *(nach [GUM 4.2.6] bei Methode A immer erforderlich)*
- Art der Ermittlung der Messunsicherheit [12] *(Methode A oder B)*,
- die Sensitivitätskoeffizienten,
- die Unsicherheitsbeiträge zur Ausgangsgröße,
- den Wert der Ausgangsgröße,
- die kombinierte Standardunsicherheit der Ausgangsgröße,
- den Erweiterungsfaktor [12] .

Das Formblatt in Anhang I ist konform zu [VIM] und enthält darüber hinaus weitere Informationen.

4.8.2 Pareto-Diagramm und -Analyse der MU-Komponenten

Das Pareto-Diagramm ist eine grafische Veranschaulichung des Pareto-Prinzips, nach dem die meisten Auswirkungen eines Problems (typischerweise um 80 %) häufig nur auf eine kleine Anzahl von Ursachen (typischerweise um 20 %) zurückzuführen sind [EWQ]. Deshalb ist es zweckmäßig, diese Ursachen herauszufinden. Bei Messunsicherheiten werden mit Hilfe des Pareto-Diagramms aus den Eingangsgrößen diejenigen herausgefiltert, die die größten Unsicherheitsbeiträge liefern.

ANMERKUNG: Die Messunsicherheit eines Systems lässt sich oft bereits deutlich verringern, indem gezielt die Komponente mit dem nach Pareto größten Beitrag analysiert und auf reduzierte Unsicherheit optimiert wird.

Beispiele: Siehe Anhang J, Diagramme auf den Seiten 80, 89, 91, 102, 116 und 119.

[12] nach [VIM, 2.33, Anmerkung]

5 Vorgehen nach ISO 22514-7 [13]

In Kapitel 1 und 2.5 wird erläutert, dass die **Messunsicherheit** eine Aussage über den Bereich liefert, in dem der zu einem Messwert gehörende wahre Wert zu erwarten ist. Sie liefert im Gegensatz zur **Messprozessfähigkeit** keine Aussage, ob Messabweichungen und Messwertstreuungen mit dem Toleranzbereich eines Merkmals verträglich sind (vgl. Kap. 2.5).

Ob beide oder nur eine von beiden Kenngrößen zur Absicherung definierter Anforderungen erforderlich sind, wird üblicherweise anhand folgender Kriterien entschieden:

- Bei häufig wechselnden Messaufgaben (z. B. in Entwicklungs- und Versuchsabteilungen) werden vorzugsweise Messunsicherheiten ermittelt.
- Bei einer hinreichend großen Anzahl gleichartiger, wiederkehrender Messungen eines bestimmten Merkmals (z. B. in der Fertigung) werden vorzugsweise Messprozessfähigkeiten ermittelt.
- Sind Konformitätsaussagen nach [ISO 14253] erforderlich, ist die Ermittlung von Messunsicherheiten anstelle von oder zusätzlich zu Fähigkeitsnachweisen unverzichtbar.

Fähigkeits- und Leistungsbewertungen von Fertigungsprozessen beruhen auf Messergebnissen. Belastbare Aussagen erfordern deshalb eine angemessene Berücksichtigung der Messunsicherheit, die dem Messprozess zuzuordnen ist [14]. Bei den Verfahren nach [AIAG MSA] und [Heft 10] gehen alle für den Messprozess relevanten Komponenten der Messunsicherheit **pauschal** in die Auswertungsergebnisse ein, da sie in den Messergebnissen enthalten sind.

Im Unterschied dazu stellt [ISO 22514-7] eine praxisorientierte Methode zur Ermittlung von Messunsicherheiten auf Basis von [GUM] und zur Bewertung der Fähigkeit (Eignung [15]) von Messsystemen und Messprozessen auf Basis der ermittelten **Einzelkomponenten** der Messunsicherheit bereit.

Dabei wird zunächst die Fähigkeit des Messsystems (MS) ermittelt und anhand der Kenngrößen Q_{MS} und C_{MS} mit definierten Grenzwerten bewertet.

Erst wenn diese Kriterien erfüllt sind, wird die Fähigkeit der Messprozesses (MP) ermittelt und anhand der Kenngrößen Q_{MP} und C_{MP} mit definierten Grenzwerten bewertet.

[13] Das Vorgehen nach [VDA-5] entspricht dem Vorgehen nach [ISO 22514-7]
[14] In Anlehnung an [ISO 22514-7], Einleitung
[15] Im Unterschied zur ISO-Norm verwendet der VDA-Band anstelle des Begriffes „Fähigkeit“ (engl. capability) den deutschen Begriff „Eignung“. Um Eindeutigkeit über verschiedene Sprachversionen sicherzustellen, wird in diesem Leitfaden anstelle des Begriffes „Eignung“ auch im Deutschen der Begriff „Fähigkeit“ verwendet.

5.1 Ablauf nach ISO 22514-7

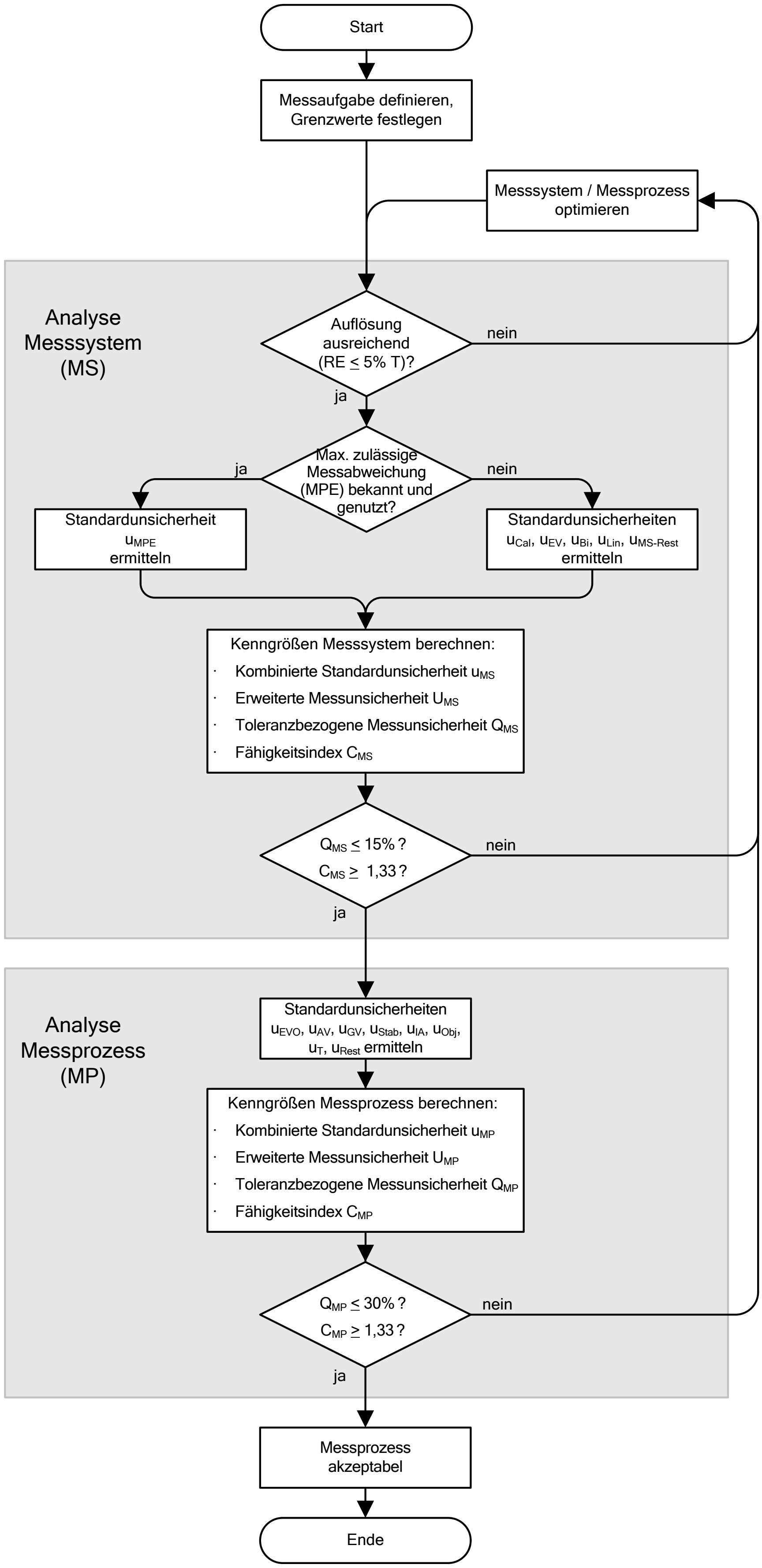


Abbildung 8: Ablauf nach [ISO 22514-7] mit Grenzwerten nach Empfehlung der Norm

5.2 Modellgleichung

Modellgleichungen werden in [ISO 22514-7] nicht ausdrücklich formuliert. Nach [GUM] lässt sich das Vorgehen aber durch die Modellgleichungen

$$y_{MS} = y' + \delta x_{CAL} + \delta x_{EV(MS)} + \delta x_{BI} + \delta x_{LIN} + \delta x_{REST(MS)} \tag{5.1}$$

für das **Messsystem** und

$$y_{MP} = y_{MS} + \left(\delta x_{EV(MP)} - \delta x_{EV(MS)}\right) + \delta x_{AV} + \delta x_{IA} + \delta x_{OBJ} + \delta x_{GV} + \delta x_{STAB} + \delta x_{\vartheta} + \delta x_{REST(MP)} \tag{5.2}$$

für den **Messprozess** beschreiben. Die Gleichungen repräsentieren eine standardisierte Vorgabe auf Basis eines additiven Modells (vgl. Kap. 4.3.1) mit folgenden Komponenten:

y'	(Unkorrigierter) Anzeigewert zu den Messergebnissen y_{MS} des Messsystems bzw. y_{MP} des Messprozesses,
δx_{CAL}	Abweichung durch endliche Genauigkeit der Kalibrierung,
$\delta x_{EV(MS)}$	Abweichung durch endliche Wiederholpräzision des Messsystems,
δx_{BI}	Systematische Messabweichung,
δx_{LIN}	Linearitätsabweichung,
$\delta x_{REST(MS)}$	Abweichung durch weitere, dem Messsystem zuzuschreibende Einflüsse,
$\delta x_{EV(MP)}$	Abweichung durch endliche Wiederholpräzision des Messprozesses,
δx_{AV}	Abweichung durch Bedienereinfluss,
δx_{OBJ}	Abweichung durch Inhomogenität des Messobjektes, z. B. Formabweichungen (sofern relevant),
δx_{IA}	Abweichung durch Wechselwirkungen zwischen Eingangsgrößen,
δx_{STAB}	Abweichung durch zeitliche Instabilität des Messprozesses,
δx_{ϑ}	Abweichung durch Temperaturunterschiede,
δx_{GV}	Abweichung zwischen verschiedenen, technisch vergleichbaren Messsystemen (sofern relevant),
$\delta x_{REST(MP)}$	Abweichung durch weitere, dem Messprozess zuzuschreibende Einflüsse.

ANMERKUNG 1: Der Erwartungswert der Abweichung δx_i vom richtigen Wert x_i der Eingangsgröße i ist 0. Dies gilt für alle Eingangsgrößen i.

ANMERKUNG 2: Die Wiederholpräzision des Messsystems ist eine von mehreren Komponenten, die die Wiederholpräzision des Messprozesses bestimmt und diese begrenzt, wenn alle übrigen Komponenten keine signifikante Auswirkung auf den Messprozess haben. Durch endliche Wiederholpräzision verursachte Abweichungen des Messprozesses können daher nicht kleiner werden als entsprechende Abweichungen des Messsystems, so dass der Term $\delta x_{EV(MP)} - \delta x_{EV(MS)}$ nicht negativ werden kann.

5.3 Unsicherheiten des Messsystems

Die Standardunsicherheiten $u(\delta x_i) = u_i$ der Eingangsgrößen i werden folgendermaßen ermittelt:

Unsicherheits-komponente	**Symbol**	**Quelle, Berechnung**
Kalibrier-unsicherheit *(Methode B)*	$u(\delta x_{CAL}) = u_{CAL}$	Kalibrierschein der Normale oder Herstellerdatenblatt: • Bei Angabe der erweiterten Messunsicherheit U_{CAL} mit Vertrauensniveau $(1-\alpha)\cdot 100\%$ ist durch den entsprechenden Erweiterungsfaktor k_p zu dividieren: $u_{CAL} = \frac{U_{CAL}}{k_p}$ • Ohne Angaben zum Vertrauensniveau wird im Regelfall $k_p = 2$ angenommen. • Nicht näher spezifizierte Angaben werden unverändert als Standardunsicherheit u_{CAL} übernommen (d. h. $k_p = 1$).
Auflösung *(Methode B)*	u_{RE}	Auflösung RE aus Herstellerdatenblatt oder durch Ablesen und Schätzen: $u_{RE} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{RE}{2}$ (Rechteckverteilung)
Wiederholbarkeit am Normal *(Methode A, Verfahren 1, 4)*	u_{EVR}	$m \geq 30$ Wiederholmessungen, Berechnung der Standard-abweichung s und der Standardunsicherheit (vgl. [GUM], Kap. 4.2.3; [Heft 10], Verfahren 1) [16]: $u_{EVR} = \sqrt{\frac{1}{m-1}\cdot\sum_{k=1}^{m}(x_k - \bar{x})^2}$ Mehrere Normale: Insgesamt $m \geq 30$ Wiederholmessungen gleichmäßig verteilt auf alle Normale; gängige Alternativen: • Ermittlung u_{EVR} für jedes Normal (mehrfach Verfahren 1), Ermittlung des Maximalwertes aller u_{EVR} (vgl. [VDA-5]); • Lineare Regression und Abschätzung u_{EVR} aus der Rest-streuung s der Messabweichung um die Regressions-gerade (vgl. [Heft 10], Anhang E.1; [AIAG MSA]); • Gemeinsame Ermittlung u_{EVR} und u_{LIN} mittels ANOVA [17].
	$u(\delta x_{EV(MS)}) = u_{EV(MS)}$	$u_{EV(MS)} = MAX(u_{RE}, u_{EVR})$
Systematische Messabweichung *(Methode A, Verfahren 1, 4)*	$u(\delta x_{BI}) = u_{BI}$	$u_{BI} = \frac{\bar{x} - x_m}{\sqrt{3}}$ (Rechteckverteilung) [18] $\bar{x}$ – Mittelwert der Messwerte x_m – Referenzwert des Normals Mehrere Normale: Ermittlung u_{BI} für jedes Normal (mehrfach Verfahren 1), dann Ermittlung des Maximalwertes aller u_{BI} (vgl. [VDA-5]).

[16] [ISO 22514-7] sieht keine Betrachtung vor, ob die kleinere Mittelwertstreuung verwendet werden kann

[17] Varianzanalyse, engl. Analysis of Variances, Abk. ANOVA; mathematische Methode zur Zerlegung von Varianzen in Einzelkomponenten

[18] Formel anwendbar, wenn systematische und zufällige Messabweichung nicht unterscheidbar [ISO 22514-7]

Unsicherheits-komponente	Symbol	Quelle, Berechnung
Linearitäts-abweichung	$u(\delta x_{LIN}) = u_{LIN}$	• Ad-hoc-Annahme $u_{LIN} = 0$; • Berechnung auf Basis vorliegender Grenzwerte und Annahme von Gleichverteilung, z. B. $a = (a_+ - a_-)/2$ (vgl. Kap. 4.4.2.2): $u_{LIN} = \frac{a}{\sqrt{3}}$ (Rechteckverteilung) • Experimentelle Ermittlung (vgl. [Heft 10], Verfahren 4, Anhang E.1; [AIAG MSA], Seite 96 - 101); • Kalibrierzertifikat; • Gemeinsame Ermittlung u_{EVR} und u_{LIN} mittels ANOVA[17].
Restabweichung Messsystem	$u(\delta x_{REST(MS)}) = u_{REST(MS)}$	Sofern vermutet oder vorhanden: Ermittlung anhand von Versuchen (Methode A), Datenblättern, Herstellerangaben, Literatur usw. (Methode B)

Tabelle 3: Unsicherheitsbeiträge des Messsystems nach [ISO 22514-7]

Die kombinierte Standardunsicherheit des Messsystems berechnet sich gemäß

$$u_{MS} = \sqrt{u_{CAL}^2 + u_{EV(MS)}^2 + u_{BI}^2 + u_{LIN}^2 + u_{REST(MS)}^2} \tag{5.3}$$

(vgl. Kap. 4.5) und die erweiterte Messunsicherheit des Messsystems gemäß

$$U_{MS} = k_p \cdot u_{MS} \tag{5.4}$$

(vgl. Kap. 4.6 und Anhang D). Eine tabellarische Messunsicherheitsbilanz wird von [ISO 22514-7] nicht ausdrücklich gefordert.

5.4 Bewertung des Messsystems

Zur Bewertung der Fähigkeit des Messsystems empfiehlt die Norm folgende Kenngrößen und Grenzwerte:

$$Q_{MS} = \frac{2 \cdot U_{MS}}{T} \cdot 100\% \le 15\% \tag{5.5}$$

$$C_{MS} = \frac{0{,}3 \cdot T}{6 \cdot u_{MS}} \ge 1{,}33 \tag{5.6}$$

ANMERKUNG 1: Zwischen beiden Kenngrößen besteht die Beziehung

$$Q_{MS} = \frac{10\%}{C_{MS}} \cdot k_p$$

Im Fall $k_p > 2$ stellt das Kriterium $Q_{MS} < 15\,\%$ die höhere Anforderung an das Messsystem dar, im Fall $k_p < 2$ das Kriterium $C_{MS} > 1{,}33$.

ANMERKUNG 2: Der Index C_{MS} darf nicht mit dem Index C_g nach Verfahren 1 [Heft 10] verwechselt werden, da die Standardunsicherheit u_{MS} und die Standardabweichung s aus Verfahren 1 normalerweise nicht gleichwertig sind. Gleichwertigkeit setzt voraus, dass der Unsicherheitsbeitrag u_{EVR} (Wiederholbarkeit am Normal) die einzig signifikante Unsicherheitskomponente ist. Dies lässt sich z. B. mit Hilfe einer Messunsicherheitsbilanz verifizieren. Jedoch sind auch in diesem Fall die Indizes nicht vergleichbar, da die Verwendung des Faktors 0,3 anstelle von 0,2 eine Absenkung der Anforderungen nach [Heft 10] und [CDQ0402] auf 2/3 bedeutet, d. h. von 1,33 auf 0,89.

Wird keine Fähigkeit erreicht, soll das Messsystem optimiert werden, ehe der Messprozess bewertet wird.

5.5 Unsicherheiten des Messprozesses

Unsicherheits-komponente	Symbol	Quelle, Berechnung
Wiederholbarkeit am Messobjekt	u_{EVO}	Mindestanforderungen: • $\geq$ 30 Daten Stichprobenumfang aus • $\geq$ 2 Wiederholmessungen, • $\geq$ 5 Messobjekten [ISO 22514-7] oder $\geq$ 3 Messobjekten [VDA-5], • $\geq$ 2 Bedienern (sofern relevant), • $\geq$ 2 Messvorrichtungen (sofern relevant); Ermittlung mittels ANOVA (vgl. [Heft 10], EV aus Verfahren 2 / 3)
	$u(\delta x_{EV(MP)}) = u_{EV(MP)}$	$u_{EV(MP)} = MAX(u_{RE}, u_{EVR}, u_{EVO})$
Vergleichbarkeit Bediener	$u(\delta x_{AV}) = u_{AV}$	Mindestanforderungen: siehe u_{EVO}; Ermittlung mittels ANOVA (vgl. [Heft 10], AV aus Verfahren 2)
Inhomogenität des einzelnen Messobjektes	$u(\delta x_{OBJ}) = u_{OBJ}$	$u_{OBJ} = \frac{a_{OBJ}}{\sqrt{3}}$ (Rechteckverteilung) Ermittlung der maximalen Abweichung a_{OBJ} (z. B. Form): • Zeichnung (maximal zulässige Abweichung) • Regelkarte (tatsächliche Abweichung) • Experiment (tatsächliche Abweichung) • Datenblatt, Herstellerangaben (Schätzung)
Wechsel-wirkungen	$u(\delta x_{IA}) = u_{IA}$	$u_{IA} = \sqrt{\sum_{j=1}^{j_{max}} u_{IA\,j}^2}$ Ermittlung der einzelnen Wechselwirkungen $u_{IA\,j}$ mittels ANOVA (vgl. [Heft 10], IA Bediener – Messobjekt aus Verfahren 2)
Zeitliche Instabilität des Messprozesses	$u(\delta x_{STAB}) = u_{STAB}$	Mindestanforderungen: siehe u_{EVO}; Ermittlung mittels ANOVA (vgl. [Heft 10], Verfahren 2 / 3)
Temperatur	$u(\delta x_{\vartheta}) = u_{\vartheta}$	Mögliche Ermittlung der Unsicherheit infolge von Temperatur-unterschieden bei mechanischen / geometrischen Merkmalen: $u_{\vartheta} = \sqrt{u_{TD}^2 + u_{TA}^2}$ mit den Komponenten • Temperaturdifferenz (nach ISO/TR 14523-2): $u_{TD} = \frac{\Delta\vartheta \cdot \alpha \cdot l}{\sqrt{3}}$ (Rechteckverteilung) $\Delta\vartheta$ – Temperaturänderung in K, α – Ausdehnungskoeffizient, l – Ergebnis der Längenmessung • Wärmeausdehnung (nach ISO/TR 15530-3): $u_{TA} = \lvert\vartheta - 20°C\rvert \cdot u_{\alpha} \cdot l$ ϑ – mittlere Temperatur in °C während der Messung, u_{α} – Standardunsicherheit des Ausdehnungskoeffizienten (z. B. aus Tabellen, Datenblättern, Fachliteratur).

Unsicherheits-komponente	Symbol	Quelle, Berechnung
Vergleichbarkeit verschiedener Messsysteme	$u(\delta x_{GV}) = u_{GV}$	Relevant bei mehr als einem Messsystem; Betrachtung der Minimal- und Maximalwerte der für jedes Referenzteil auf den verschiedenen Messsystemen gemessenen Einzel- und Mittelwerte
Restabweichung Messprozess	$u(\delta x_{REST(MP)})$ $= u_{REST(MP)}$	Sofern vermutet oder vorhanden: Ermittlung anhand von Versuchen (Methode A), Datenblättern, Herstellerangaben, Literatur usw. (Methode B)

Tabelle 4: Unsicherheitsbeiträge des Messprozesses nach [ISO 22514-7]

Die kombinierte Standardunsicherheit u_{MP} des Messprozesses berechnet sich gemäß [19]

$$u_{MP} = \sqrt{u_{MS}^2 + \left(u_{EV(MP)}^2 - u_{EV(MS)}^2\right) + u_{AV}^2 + u_{OBJ}^2 + u_{IA}^2 + u_{STAB}^2 + u_{\vartheta}^2 + u_{GV}^2 + u_{REST(MP)}^2} \quad (5.7)$$

(vgl. Kap. 4.5) und die erweiterte Messunsicherheit des Messprozesses gemäß

$$U_{MP} = k_p \cdot u_{MP} \quad (5.8)$$

(vgl. Kap. 4.6 und Anhang D). Eine tabellarische Messunsicherheitsbilanz wird von [ISO 22514-7] nicht ausdrücklich gefordert.

5.6 Bewertung des Messprozesses

Zur Bewertung der Fähigkeit des Messprozesses empfiehlt die Norm folgende Kenngrößen und Grenzwerte:

$$Q_{MP} = \frac{2 \cdot U_{MP}}{T} \cdot 100\% \leq 30\% \quad (5.9)$$

$$C_{MP} = \frac{0{,}3 \cdot T}{3 \cdot u_{MP}} \geq 1{,}33 \quad (5.10)$$

ANMERKUNG 1: Zwischen beiden Kenngrößen besteht die Beziehung

$$Q_{MP} = \frac{20\%}{C_{MP}} \cdot k_p$$

Im Fall $k_p > 2$ stellt das Kriterium $Q_{MP} < 30\,\%$ die höhere Anforderung an den Messprozess dar, im Fall $k_p < 2$ das Kriterium $C_{MP} > 1{,}33$.

ANMERKUNG 2: Der Index C_{MP} darf nicht mit dem Index C_g nach Verfahren 1 [Heft 10] verwechselt werden, da die Standardunsicherheit u_{MP} und die Standardabweichung s aus Verfahren 1 normalerweise nicht gleichwertig sind. Gleichwertigkeit setzt voraus, dass der Unsicherheitsbeitrag u_{EVR} (Wiederholbarkeit am Normal) die einzige signifikante Unsicherheitskomponente ist. Dies lässt sich z. B. mit Hilfe einer Messunsicherheitsbilanz verifizieren. Jedoch sind auch in diesem Fall die Indizes nicht vergleichbar, da die Verwendung der Faktoren 0,3 und 3 anstelle von 0,2 und 6 eine Absenkung der Anforderungen nach [Heft 10] und [CDQ0402] auf 1/3 bedeutet, d. h. von 1,33 auf 0,44.

ANMERKUNG 3: Die Definitionsgleichung für Q_{MP} lässt sich mit $k_p = 3$ formal in die Definitionsgleichung für %GRR überführen. Vergleichbarkeit mit %GRR nach Verfahren 2 [Heft 10] setzt jedoch voraus, dass nur die Unsicherheitsbeiträge u_{EVO} (Wiederholbarkeit am Prüfobjekt), u_{AV} (Vergleichbarkeit der Bediener) und u_{IA} (Wechselwirkungen) als signifikant verifiziert werden.

Wird keine Fähigkeit erreicht, ist der Gesamtprozess zu optimieren.

[19] Es ist nur die Differenz $u_{EV(MP)}^2 - u_{EV(MS)}^2$ zu berücksichtigen, da der Anteil $u_{EV(MS)}^2$ bereits in u_{MS}^2 enthalten ist. Rechnerisch wird damit der Term $u_{EV(MS)}^2$ in u_{MS}^2 eliminiert und durch $u_{EV(MP)}^2$ ersetzt.

5.7 Maximal zulässige Abweichung (MPE)

Bei der Bewertung des Messsystems (MS) kann alternativ zur Ermittlung von Messunsicherheiten in Anlehnung an [GUM] das Konzept der „maximal zulässigen Abweichung" (engl. **m**aximum **p**ermissible **e**rror, MPE) genutzt werden.

Die Kalibrierung des Messsystems oder seiner Komponenten stellt sicher, dass die Anforderungen bzgl. definierter metrologischer Eigenschaften erfüllt werden. Dies kann durch Angabe einer oder mehrerer Kenngrößen MPE dokumentiert werden.

MPE kann insbesondere dann vorteilhaft sein, wenn für einen Messprozess mehrere vergleichbare, aber physikalisch unterschiedliche Messsysteme benutzt werden. Wird nur ein Messystem benutzt, ist die experimentelle Methode nach [GUM] in der Regel vorteilhafter, da sie kleinere Messunsicherheiten liefert.

Wird MPE zur Bewertung des Messsystems und Messprozesses genutzt, lässt sich das durch folgende Modellgleichungen beschreiben:

$$y_{MS} = y' + \delta x_{MPE} \tag{5.11}$$

$$y_{MP} = y_{MS} + \delta x_{AV} + \delta x_{OBJ} + \delta x_{IA} + \delta x_{GV} + \delta x_{STAB} + \delta x_{\vartheta} + \delta x_{REST(MP)} \tag{5.12}$$

mit

δx_{MPE} Abweichung kleiner oder höchstens gleich der maximal zulässigen Abweichung MPE.

Unsicherheits-komponente	**Symbol**	**Quelle, Berechnung**
Maximal zulässige Abweichung	$u(\delta x_{MPE}) = u_{MPE}$	$u_{MPE} = \frac{MPE}{\sqrt{3}}$ (Rechteckverteilung) Im Fall von mehreren MPE-Werten, die das Messergebnis beeinflussen können: $u_{MPE} = \sqrt{\frac{MPE_1^2}{3} + \frac{MPE_2^2}{3} + \ldots + \frac{MPE_n^2}{3}}$ MPE-Werte z. B. aus der Dokumentation der Kalibrierung

Tabelle 5: Unsicherheitsbeitrag der maximal zulässigen Abweichung

Die übrigen Unsicherheitskomponenten werden nach Tabelle 4 ermittelt. Die kombinierte Standardunsicherheit und die erweiterte Messunsicherheit des Messprozesses berechnen sich gemäß

$$u_{MP} = \sqrt{u_{MPE}^2 + u_{AV}^2 + u_{OBJ}^2 + u_{IA}^2 + u_{STAB}^2 + u_{\vartheta}^2 + u_{GV}^2 + u_{REST(MP)}^2} \tag{5.13}$$

$$U_{MP} = k_p \cdot u_{MP} . \tag{5.14}$$

ANMERKUNG: Die Norm enthält keinen Hinweis, wie diese Gleichungen den Fall „u_{EVO} größer als u_{EVR} und u_{RE}" berücksichtigen.

6 Messunsicherheit auf Basis der Verfahren nach Heft 10 und ISO 22514-7

Im Rahmen von Fähigkeitsuntersuchungen nach [Heft 10] werden mehrere der Verfahren 1 bis 5 durchgeführt. Diese Verfahren berücksichtigen Einflüsse wie Messsystem, Prüfer, Messobjekt, Messstrategie, Umgebungsbedingungen und zeitliche Stabilität auf das Messergebnis. Daher sind die meisten der Unsicherheitskomponenten nach [ISO 22514-7] in den Messdaten bereits enthalten. Aus diesen Daten lässt sich ein Wert für die Messunsicherheit U ermitteln und damit die Anforderungen verschiedener Normen und Richtlinien bzgl. Ermittlung und Berücksichtigung der Unsicherheit von Messergebnissen (vgl. Kap. 1) ohne zusätzlichen Untersuchungsaufwand erfüllen. Sind solche Daten nicht oder nur unvollständig verfügbar, sind die nachstehenden Ausführungen nicht anwendbar und es ist nach Kap. 4 oder ggf. auch nach Kap. 5 vorzugehen.

Die Unsicherheitskomponenten nach [ISO 22514-7] lassen sich im Wesentlichen folgenden Datenquellen zuordnen:

Symbol	**Unsicherheitskomponente** nach Kap. 5.2 (ISO 22514-7)	**Enthalten in Informations- / Datenquelle**
u_{CAL}	Abweichung δx_{CAL} durch endliche Genauigkeit der Kalibrierung	**Kalibrierschein** des verwendeten Normals oder Referenzteils
$u_{EV(MS)}$	Abweichung $\delta x_{EV(MS)}$ durch endliche Wiederholpräzision des Messsystems	**Verfahren 5:** Messsystemstreuung mit einem Normal oder Referenzteil
u_{BI}	Systematische Messabweichung δx_{BI}	**Verfahren 5:** Mittlere Abweichung der Messwerte vom Referenzwert des Normals oder Serienteils
u_{LIN}	Linearitätsabweichung δx_{LIN}	*Sofern relevant nach Kap. 5.3, Tabelle 3*
$u_{REST(MS)}$	Abweichung $\delta x_{REST(MS)}$ durch weitere, dem Messsystem zuzuschreibende Einflüsse	**Verfahren 5:** Alle weiteren, vorstehend nicht genannten Einflüsse, die **nicht** durch Serienteile verursacht werden
$u_{EV(MP)}$	Abweichung $\delta x_{EV(MP)}$ durch endliche Wiederholpräzision des Messprozesses	**Verfahren 1 und 2/3 (Differenz):** Erhöhung der Messsystemstreuung durch Serienteile
u_{AV}	Abweichung δx_{AV} durch Bedienereinfluss	**Verfahren 5:** Streuungsanteile infolge unterschiedlicher Prüfer
u_{OBJ}	Abweichung δx_{OBJ} durch Inhomogenität des **einzelnen** Messobjektes, z. B. durch Variation der Form, Oberflächenbeschaffenheit, Materialeigenschaften	*Sofern relevant nach Kap. 5.5, Tabelle 4*
$u_{IA(1)}$	Abweichung $\delta x_{IA(1)}$ durch Wechselwirkungen zwischen Eingangsgrößen	**Verfahren 5:** Wechselwirkungen, die nicht durch Serienteile verursacht werden
$u_{IA(2)}$	Abweichung $\delta x_{IA(2)}$ durch Wechselwirkungen zwischen Eingangsgrößen	**Verfahren 2:** Wechselwirkungen zwischen Prüfern und Serienteilen
u_{STAB}	Abweichung δx_{STAB} durch zeitliche Instabilität des Messprozesses *"Reproducibility over time" [ISO 22514-7, pp. 21]*	**Verfahren 5:** Streuungsanteile infolge Abweichungen von der Langzeitstabilität des Messprozesses
u_{ϑ}	Abweichung δx_{ϑ} durch Temperaturunterschiede	**Verfahren 5:** Einfluss von Temperaturänderungen und Einstellungen, die vom Sollwert abweichen
u_{GV}	Abweichung δx_{GV} zwischen verschiedenen, technisch vergleichbaren Messsystemen	*Sofern relevant nach Kap. 5.5, Tabelle 4*
$u_{REST(MP)}$	Abweichung $\delta x_{REST(MP)}$ durch weitere, dem Messprozess zuzuschreibende Einflüsse	*Sofern relevant nach Kap. 5.5, Tabelle 4*

Die einzelnen Unsicherheitskomponenten werden entsprechend der Modellgleichung

$$y = y' + \delta x_{CAL} + \delta x_{BI} + \delta x_{PRO} + \delta x_{PAR} + \delta x_{EXT} \tag{6.1}$$

folgendermaßen angesetzt oder zusammengefasst:

- Standardunsicherheit der Kalibrierung des verwendeten Normals oder Referenzteils *(engl. **cal**ibration)*:

$$u_{CAL} \tag{6.2}$$

- Standardunsicherheit durch unkorrigierte, systematische Messabweichung *(engl. **bi**as)*:

$$u_{BI} \tag{6.3}$$

- Standardunsicherheit des Messverfahrens *(engl. **pro**cedure)*; zufällige und nicht berichtigte Abweichungen unter Vergleichbedingungen, hervorgerufen durch Messsystem, Normal, Prüfer, Zeit und Umgebung:

$$u_{PRO} = \sqrt{u_{EV(MS)}^2 + u_{REST(MS)}^2 + u_{AV}^2 + u_{IA(1)}^2 + u_{STAB}^2 + u_{\vartheta}^2} \approx \sqrt{\frac{1}{m-1} \cdot \sum_{k=1}^{m} \left(x_k - \overline{x}\right)^2} \tag{6.4}$$

- Standardunsicherheit durch Serienteile *(engl. **par**ts)*; Einfluss von Messstrategie und Messobjekt bei Messungen an Serienteilen:

$$u_{PAR} = \sqrt{u_{EV(MP)}^2 - u_{EV(MS)}^2} \approx \sqrt{EV^2 - s^2} \tag{6.5}$$

- Zusätzliche Standardunsicherheit durch weitere Einflüsse *(engl. **ext**ra)*; soweit eine oder mehrere Einzelkomponenten relevant (siehe ggf.Kapitel 5.3,Tabelle 3 und Kapitel 5.5, Tabelle 4):

$$u_{EXT} = \sqrt{u_{LIN}^2 + u_{OBJ}^2 + u_{IA(2)}^2 + u_{GV}^2 + u_{REST(MP)}^2} \tag{6.6}$$

6.1 Ermittlung der Unsicherheitskomponenten

6.1.1 Standardunsicherheit u_{CAL} der Kalibrierung des Normals

Aus dem Kalibrierschein des Normals oder Referenzteils ist der Wert der erweiterten Messunsicherheit U_{CAL} zu entnehmen und durch den Erweiterungsfaktor k_p zu dividieren (k_p = 2 bei Vertrauensniveau 95,45 %):

$$u_{CAL} = \frac{U_{CAL}}{k_p} \tag{6.7}$$

6.1.2 Standardunsicherheit u_{BI} durch systematische Messabweichung

Die Differenz zwischen dem Mittelwert $\overline{x}$ der Messwerte der relevanten Messbeständigkeitskarten und dem richtigen Wert x_m des Normals oder Referenzteils entsprechend Kalibrierschein ist nach Anhang F als Standardunsicherheit zu berücksichtigen:

$$u_{BI} = x_m - \overline{x} \tag{6.8}$$

*ANMERKUNG 1: Im Gegensatz zu [ISO 22514-7] wird diese Differenz gemäß [GUM] **unmodifiziert** als Standardunsicherheit u_{BI} angesetzt. Alternativ kann eine entsprechende Korrektion vorgenommen werden und der Unsicherheitsbeitrag u_{BI} entfallen.*

ANMERKUNG 2: Die Unsicherheit dieser Standardunsicherheit (bzw. Korrektion) ist in der Streuung der Messwerte enthalten und damit bereits über u_{PRO} in die Messunsicherheit des Messprozesses einbezogen und nicht gesondert zu berücksichtigen.

6.1.3 Standardunsicherheit u_{PRO} des Messverfahrens

Die in der Messbeständigkeitskarte dokumentierten Einzelwerte (Verfahren 5) repräsentieren die Streuung des Messprozesses unter variierenden äußeren Bedingungen (z. B. Temperatur- oder Messkraftschwankungen, wechselnde Prüfer). Es sollten mindestens m = 25 Messungen vorliegen.

$$u_{PRO} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \cdot \sum_{k=1}^{m} \left(x_k - \bar{x}\right)^2} \tag{6.9}$$

ANMERKUNG 1: Da sich die hier zu ermittelnde erweiterte Messunsicherheit U auf Einzelmessungen beziehen soll, entspricht u_{PRO} der Standardabweichung aller Einzelwerte.

*ANMERKUNG 2: Verfahren 5 wird mit einem Normal entsprechend Verfahren 1 oder einem Referenzteil (Stabilitätsteil) durchgeführt. Unsicherheitskomponenten, die durch Serienteile verursacht werden, sind daher **nicht** in den Messergebnissen enthalten und müssen gesondert berücksichtigt werden.*

6.1.4 Standardunsicherheit u_{PAR} des Messobjektes

Bei Messungen an Serienteilen wird im Vergleich zu Verfahren 1 (z. B. durch Formabweichungen) in der Regel eine zusätzliche Unsicherheitskomponente u_{PAR} wirksam. Daher ist EV aus Verfahren 2 oder 3 meist größer als s aus Verfahren 1. Dieser Unterschied ist signifikant, wenn die Bedingung

$$EV^2 > 2\,s^2 \tag{6.10}$$

erfüllt ist. Nur dann ist u_{PAR} zu berücksichtigen:

$$u_{PAR} = \sqrt{EV^2 - s^2} \tag{6.11}$$

ANMERKUNG: Das Kriterium $EV^2/s^2 > 2$ basiert auf einem F-Test mit Vertrauensniveau 95 % und jeweils etwa 20 – 30 Einzelwerten zur Ermittlung von EV bzw. s; die entsprechenden Quantile der F-Verteilung liegen im Wertebereich 1,85 bis 2,15.

6.1.5 Standardunsicherheit u_{EXT} weiterer Unsicherheitskomponenten

Sofern der Einfluss weiterer Unsicherheitskomponenten (z. B. Linearität, Homogenität, Wechselwirkungen, Systemunterschiede) als relevant bewertet wird oder diesbezüglich Zweifel bestehen:

$$u_{EXT} = \sqrt{u_{LIN}^2 + u_{OBJ}^2 + u_{IA(2)}^2 + u_{GV}^2 + u_{REST(MP)}^2} \tag{6.12}$$

6.2 Kombinierte Standardunsicherheit u_C

$$u_C = \sqrt{u_{CAL}^2 + u_{BI}^2 + u_{PRO}^2 + u_{PAR}^2 + u_{EXT}^2} \tag{6.13}$$

6.3 Erweiterte Messunsicherheit U

$$U = k_p \cdot u_C \tag{6.14}$$

Die errechnete Messunsicherheit U gilt für eine Einzelmessung und den betrachteten Zeitraum (entsprechend Messbeständigkeitskarte). Für einen Grad des Vertrauens von 95,45 % gilt $k_p = 2$.

ANMERKUNG: Die Unsicherheiten u_C und U können zur Fähigkeitsbewertung des Messprozesses nach [ISO 22514-7] verwendet werden (siehe Kap. 6.5).

6.4 Vollständiges Messergebnis y

$$y = y' \pm U \tag{6.15}$$

Anwendungsbeispiele: Siehe Kap. 6.5 und Anhang J.6

6.5 Beispiel aus Heft 10: Außendurchmesser einer Welle

Benötigte Daten

- Kalibrierschein oder Prüfzertifikat mit richtigem Wert und Kalibrierunsicherheit des Normals;
- Ergebnisse der Verfahren 1 und 2 (oder 3);
- Messbeständigkeitskarte mit mindestens 25 Stichprobenergebnissen (Verfahren 5);
- Merkmalstoleranz (hier T = 0,06 mm = 60 µm).

  HINWEIS: Die Daten für dieses Beispiel wurden den Formblättern in [Heft 10], Kap. 4, entnommen.

Standardunsicherheit u_{CAL} der Kalibrierung des Normals

Im Kalibrierzertifikat des Normals ist der Wert der Messgröße mit 6,002 mm und $U_{CAL} = 0{,}001\,\text{mm}$ dokumentiert. Die Standardunsicherheit u_{CAL} ergibt sich durch Division der Unsicherheit U_{CAL} durch den Erweiterungsfaktor k_p (hier k_p = 2):

$$u_{CAL} = \frac{U_{CAL}}{k_p} = \frac{0{,}001}{2}\,\text{mm} = 0{,}0005\,\text{mm} = 0{,}5\,\mu\text{m}$$

Standardunsicherheit u_{BI} durch systematische Messabweichung

Richtiger Wert: $x_m = 6{,}002\,\text{mm} = 6002\,\mu\text{m}$ aus Kalibrierzertifikat des Normals,

Mittelwert: $\overline{x} = 6{,}002\,\text{mm} = 6002\,\mu\text{m}$ aus Verfahren 5.

$$u_{BI} = x_m - \overline{x} = 6002\,\mu\text{m} - 6002\,\mu\text{m} = 0\,\mu\text{m}$$

Standardunsicherheit u_{PRO} des Messverfahrens

u_{PRO} entspricht der Standardabweichung aller Einzelwerte in der Messbeständigkeitskarte:

$u_{PRO} = 0{,}0013\,\text{mm} = 1{,}3\,\mu\text{m}$ aus Verfahren 5.

Standardunsicherheit u_{PAR} durch Messungen an Serienteilen

Neben s aus Verfahren 1 liegt in diesem Beispiel EV sowohl aus Verfahren 2 als auch Verfahren 3 vor:

$s = 0{,}00100\,\text{mm} = 1{,}00\,\mu\text{m}$ aus Verfahren 1,

$EV = 0{,}00153\,\text{mm} = 1{,}53\,\mu\text{m}$ aus Verfahren 2,

$EV = 0{,}00147\,\text{mm} = 1{,}47\,\mu\text{m}$ aus Verfahren 3.

Es wird die größere der beiden Standardabweichungen EV verwendet (Verfahren 2):

$EV^2 = 2{,}34\,\mu\text{m}^2 > 2 \cdot s^2 = 2{,}00\,\mu\text{m}^2$ d. h. signifikant.

Entsprechend ist Gl. (6.11) zu berücksichtigen:

$$u_{PAR} = \sqrt{EV^2 - s^2} = \sqrt{1{,}53^2 - 1{,}00^2}\,\mu\text{m} \approx 1{,}2\,\mu\text{m}$$

Standardunsicherheit u_{EXT} durch weitere Unsicherheitskomponenten

Wechselwirkungen Prüfer – Teile insignifikant, weitere Komponenten als nicht relevant eingestuft.

Kombinierte Standardunsicherheit u_C

$$u_C = \sqrt{u_{CAL}^2 + u_{BI}^2 + u_{PRO}^2 + u_{PAR}^2} = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}0^2 + 1{,}3^2 + 1{,}2^2}\,\mu\text{m} = \sqrt{3{,}4}\,\mu\text{m} \approx 1{,}8\,\mu\text{m}$$

Erweiterte Messunsicherheit U für den betrachteten Zeitraum

$$U = k_p \cdot u_C = 2 \cdot 1{,}8\,\mu\text{m} = 3{,}6\,\mu\text{m}$$

Bewertung

Die Fähigkeitsanforderungen gemäß Empfehlung [ISO 22514-7] sind erfüllt:

$$Q_{MP} = \frac{2 \cdot U_{MP}}{T} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot U}{T} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot 3{,}6\,\mu\text{m}}{60\,\mu\text{m}} \cdot 100\% = 12\% \le 30\% \tag{6.16}$$

$$C_{MP} = \frac{0{,}3 \cdot T}{3 \cdot u_{MP}} = \frac{0{,}3 \cdot T}{3 \cdot u_C} = \frac{0{,}3 \cdot 60\,\mu\text{m}}{3 \cdot 1{,}8\,\mu\text{m}} = \frac{6}{1{,}8} = 3{,}33 \ge 1{,}33 \tag{6.17}$$

Ebenso ist die Anforderung gemäß „Goldener Regel der Messtechnik“ erfüllt:

$$\frac{U}{T} = \frac{3{,}6\,\mu\text{m}}{60\,\mu\text{m}} = 0{,}06 \le 0{,}1 \tag{6.18}$$

Anhang

A Beispiele für Eingangsgrößen und Einflüsse

Die nachstehende Auflistung enthält – ohne Anspruch auf Vollständigkeit – typische Beispiele unterschiedlicher Kategorien, die bei der Ermittlung von Eingangsgrößen als Anhaltspunkte dienen können.

Umwelteinflüsse

- Temperatur: Absoluttemperatur, räumlicher und zeitlicher Gradient
- Erschütterungen
- Geräusch
- Feuchte
- Verschmutzung
- Beleuchtung
- Atmosphärischer Druck
- Luftzusammensetzung
- Zugluft
- Schwerkraft
- elektrische Störfelder
- Schwankungen der Stromversorgung
- Druckschwankungen in der Pressluftversorgung
- Wärmestrahlung
- Einfluss des Messobjekts
- thermisches Gleichgewicht des Messgerätes

Normale und Maßverkörperungen

- Stabilität
- Maßstabsqualität
- physikalisches Prinzip des Maßstabes: analog, optisch digital, magnetisch digital, Zahnstange, interferometrisch
- Unsicherheit der Kalibrierung
- Auflösung des Normalgerätes
- thermischer Ausdehnungskoeffizient

Messsystem

- Auflösung
- Ausgabesystem
- mechanische oder elektrische Verstärkung
- Fehler der Wellenlänge
- Stabilität des Nullpunktes
- Stabilität der Messkraft, absolute Kraft
- Hysterese
- mechanische Führungsgenauigkeit
- Tastersystem
- Steifigkeit, Elastizität
- Lesekopf des Messsystems
- thermische Ausdehnung
- Parallaxe
- Zeit seit der letzten Kalibrierung
- Empfindlichkeitscharakteristik
- Interpolationssystem
- Auflösung der Interpolation
- Digitalisierung

Messen des Messobjekts

- Cosinus- und Sinusfehler
- Verletzung des Abbe-Prinzips
- Temperaturempfindlichkeit
- Steifigkeit und Elastizität
- Tastspitzenradius
- Abplattung der Tastspitze
- Steifigkeit des Tasters
- Optische Apertur
- Einfluss Spannmittel auf Messobjekt
- thermischer Ausgleich

Datenverarbeitung

- Rundungsregeln
- Algorithmen
- Einbindung von Algorithmen
- Anzahl der signifikanten Stellen in der Berechnung
- Stichprobe
- Filterung
- Zertifizierung der Algorithmen
- Interpolation und Extrapolation
- Ausreißerbehandlung

Einfluss durch den Menschen

- Erfahrung
- Schulung
- physische und psychische Verfassung
- Fachkenntnis
- Ehrlichkeit
- Interesse an der Tätigkeit
- Sorgfalt

Eigenschaften des Messobjektes

- Oberflächenrauheit
- Formabweichung
- Elastizitätsmodul (E-Modul)
- Festigkeit jenseits des E-Moduls
- thermischer Ausdehnungskoeffizient
- elektrische Leitfähigkeit
- Gewicht
- Abmessung
- Oberfläche
- Magnetismus
- hygroskopische Eigenschaft
- Alterung
- Sauberkeit
- Temperatur
- innere Spannung
- Kriech-Charakteristik
- Objektdeformation während der Befestigung auf der Messeinrichtung

Definition von Eigenschaften

- Datum
- Bezugssystem
- Freiheitsgrade
- Beurteilungsverfahren (z. B. Oberflächenbeschaffenheit, ISO 4288)
- Abstand
- Winkel
- tolerierte Merkmale

Messverfahren

- Vorgehensweise
- Anzahl der Messungen
- Reihenfolge der Messungen
- Dauer der Messung
- Wahl des Messprinzips
- Ausrichtung
- Wahl des Bezugs, Bezugsgegenstand
- Ausrichtung des Tastersystems
- Wahl der Einrichtungen
- Wahl des Durchführenden
- Anzahl von Durchführenden
- Strategie
- Befestigung des Messobjektes
- Anzahl der Messpunkte
- Tastkopfsystem
- Driftverhalten

B Berechnung von Sensitivitätskoeffizienten

Die kombinierte Standardunsicherheit für ein beliebiges (lineares) Modell

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{B.1}$$

berechnet sich bei n **unkorrelierten** Eingangsgrößen x_i mit $1 \le i \le n$ stets gemäß

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (c_i \cdot u(x_i))^2} \tag{B.2}$$

mit den Sensitivitätskoeffizienten

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \tag{B.3}$$

B.1 Additives Modell

$$y = \sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \ldots + x_n \tag{B.4}$$

Der Sensitivitätskoeffizient c_1 berechnet sich gemäß

$$c_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{\partial \sum_{i=1}^{n} x_i}{\partial x_1} = \frac{\partial (x_1 + x_2 + \ldots + x_n)}{\partial x_1} = \frac{\partial x_1}{\partial x_1} + \frac{\partial x_2}{\partial x_1} + \ldots + \frac{\partial x_n}{\partial x_1} = 1 + 0 + \ldots + 0 = 1$$

oder ein beliebiger Sensitivitätskoeffizient c_k mit $1 \le k \le n$ gemäß

$$c_k = \frac{\partial y}{\partial x_k} = \frac{\partial \sum_{i=1}^{n} x_i}{\partial x_k} = \frac{\partial (x_1 + x_2 + \ldots + x_k + \ldots + x_n)}{\partial x_k} = \frac{\partial x_k}{\partial x_k} = 1 \tag{B.5}$$

Die kombinierte Standardunsicherheit berechnet sich dann gemäß

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (1 \cdot u(x_i))^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u^2(x_i)} = \sqrt{u^2(x_1) + u^2(x_2) + \ldots + u^2(x_n)} \tag{B.6}$$

B.2 Multiplikatives Modell

$$y = \frac{\prod_{i=1}^{m} x_i}{\prod_{i=m+1}^{n} x_i} = \frac{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_m}{x_{m+1} \cdot x_{m+2} \cdot \ldots \cdot x_n} \tag{B.7}$$

Ein Sonderfall dieser Modellgleichung ist

$$y = \prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n \tag{B.8}$$

Der Sensitivitätskoeffizient c_1 berechnet sich in diesem Fall gemäß

$$c_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{\partial \prod_{i=1}^{n} x_i}{\partial x_1} = \frac{\partial (x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n)}{\partial x_1} = 1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n = \frac{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}{x_1} = \frac{y}{x_1}$$

oder ein beliebiger Sensitivitätskoeffizient c_k mit $1 \le k \le n$ gemäß

$$c_k = \frac{\partial y}{\partial x_k} = \frac{\partial \prod_{i=1}^{n} x_i}{\partial x_k} = \frac{\partial (x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_k \cdot \ldots \cdot x_n)}{\partial x_k} = \frac{y}{x_k} \tag{B.9}$$

Ein weiterer Sonderfall dieser Modellgleichung ist

$$y = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i} = \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{x_n} \tag{B.10}$$

Der Sensitivitätskoeffizient c_1 berechnet sich in diesem Fall gemäß

$$c_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{\partial \prod_{i=1}^{n} x_i}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{x_n}\right) = \frac{-1}{{x_1}^2} \cdot \frac{1}{x_2} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{x_n} = -\frac{1}{x_1}\left(\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{x_n}\right) = -\frac{y}{x_1}$$

oder ein beliebiger Sensitivitätskoeffizient c_k mit $1 \le k \le n$ gemäß

$$c_k = \frac{\partial y}{\partial x_k} = \frac{\partial \prod_{i=1}^{n} x_i}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{x_k} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{x_n}\right) = -\frac{y}{x_k} \tag{B.11}$$

Die Sensitivitätskoeffizienten beider Sonderfälle unterscheiden sich lediglich durch das Vorzeichen. Da die Sensitivitätskoeffizienten bei der Berechnung der kombinierten Standardunsicherheit quadriert werden, spielt ihr Vorzeichen jedoch keine Rolle. Die kombinierte Standardunsicherheit berechnet sich daher sowohl für die Sonderfälle als auch für den allgemeinen Fall stets gemäß

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot u(x_i)\right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y}{x_i} \cdot u(x_i)\right)^2} = y \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{u(x_i)}{x_i}\right)^2} = y \cdot \sqrt{\left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{u(x_n)}{x_n}\right)^2} \tag{B.12}$$

oder die Gleichung durch y dividiert

$$\frac{u_c(y)}{y} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{u(x_i)}{x_i}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{u(x_n)}{x_n}\right)^2} \tag{B.13}$$

B.3 Lineare Funktion

$$y = \sum_{i=1}^{n}(a_i + b_i \cdot x_i) = (a_1 + b_1 \cdot x_1) + (a_2 + b_2 \cdot x_2) + \ldots + (a_n + b_n \cdot x_n) \tag{B.14}$$

Die lineare Funktion entsprechend Gl. (B.14) stellt mathematisch eine Kombination aus additivem und multiplikativem Modell dar. Dabei sind auch die Konstanten a_i und b_i mit einer Unsicherheit behaftet, da sie in der Regel nicht genau bekannt sind. Berücksichtigt man im 1. Schritt nur die additiven Zusammenhänge, so resultiert gemäß Gl. (B.6)

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u^2(a_i) + \sum_{i=1}^{n} u^2(b_i \cdot x_i)} \tag{B.15}$$

Im 2. Schritt wird der multiplikative Zusammenhang im 2. Summanden gemäß Gl. (B.12) berücksichtigt, so dass

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u^2(a_i) + \sum_{i=1}^{n}\left[\left(b_i \cdot x_i \frac{u(b_i)}{b_i}\right)^2 + \left(b_i \cdot x_i \frac{u(x_i)}{x_i}\right)^2\right]} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(u^2(a_i) + {x_i}^2 \cdot u^2(b_i) + {b_i}^2 \cdot u^2(x_i)\right)}$$

oder

$$u_c(y) = \sqrt{u^2(a_1) + {x_1}^2 u^2(b_1) + {b_1}^2 u^2(x_1) + \ldots + u^2(a_n) + {x_n}^2 u^2(b_n) + {b_n}^2 u^2(x_n)} \tag{B.16}$$

Im Sonderfall n = 1 (Geradengleichung) gilt

$$y = a + b \cdot x \tag{B.17}$$

mit der Standardunsicherheit

$$u_c(y) = \sqrt{u^2(a) + x^2 \cdot u^2(b) + b^2 \cdot u^2(x)} \tag{B.18}$$

C Korrelierte Eingangsgrößen

HINWEIS 1: Die Berücksichtigung von Korrelationen stellt erhöhte Ansprüche an das physikalische und mathematische Verständnis des Anwenders.

HINWEIS 2: Die Anwendbarkeit der nachstehenden Ausführungen setzt voraus, dass zwischen den korrelierten Größen eine lineare Beziehung besteht.

C.1 Unsicherheiten der Eingangsgrößen

Ob zwei Eingangsgrößen i und j korreliert sind, lässt sich bei Vorgehen nach Methode A anhand der **Kovarianz** beider Datensätze x_{ik} und x_{jk} mit jeweils m Messwerten bewerten:

$$s(x_i, x_j) = \frac{1}{m-1} \cdot \sum_{k=1}^{m} (x_{ik} - \bar{x}_i) \cdot (x_{jk} - \bar{x}_j) \tag{C.1}$$

Die auf das Produkt beider Standardabweichungen $s(x_i)$ und $s(x_j)$ bezogene Kovarianz wird als **Korrelationskoeffizient** bezeichnet:

$$r(x_i, x_j) = \frac{s(x_i, x_j)}{s(x_i) \cdot s(x_j)} \tag{C.2}$$

Der Betrag von $r(x_i, x_j)$ ist ein Maß für die Stärke der Korrelation:

$r(x_i, x_j) = +1$ vollständige, positive Korrelation (z. B. $x_j = +a \cdot x_i + b$),

$r(x_i, x_j) = 0$ keine Korrelation,

$r(x_i, x_j) = -1$ vollständige, negative Korrelation (z. B. $x_j = -a \cdot x_i + b$).

Die Kovarianzen der korrelierten Mittelwerte $\bar{x}_i$ und $\bar{x}_j$ berechnen sich gemäß

$$u(\bar{x}_i, \bar{x}_j) = \frac{s(x_i, x_j)}{m} \tag{C.3}$$

ANMERKUNG 1: Zur Anwendbarkeit von m > 1 ist der Hinweis in Kap. 4.4.1 zu beachten.

In der Praxis wird meist die Darstellung mittels Korrelationskoeffizienten und Standardunsicherheiten der Mittelwerte bevorzugt:

$$u(\bar{x}_i, \bar{x}_j) = r(x_i, x_j) \cdot u(\bar{x}_i) \cdot u(\bar{x}_j) \tag{C.4}$$

ANMERKUNG 2: Die Schreibweise mit Querbalken auf den x_i und x_j bedeutet, dass es sich um Mittelwerte handelt. Die Beziehungen gelten jedoch in gleicher Weise, wenn die x_i und/oder x_j nicht als Mittelwerte ermittelt wurden.

Anhand der vorstehenden Definitionsgleichungen lässt sich leicht verifizieren, dass für die eingeführten statistischen Größen stets folgende Beziehungen gelten:

$s(x_i, x_j) = s(x_j, x_i)$ $s(x_i, x_i) = s^2(x_i)$ $s(x_j, x_j) = s^2(x_j)$

$r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i)$ $r(x_i, x_i) = 1$ $r(x_j, x_j) = 1$

$u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$ $u(x_i, x_i) = u^2(x_i)$ $u(x_j, x_j) = u^2(x_j)$

Konform zu [GUM] sind bei korrelierten Eingangsgrößen zusätzlich zu den Standardunsicherheiten $u(x_i)$ und $u(x_j)$ auch die Kovarianzen $s(x_i, x_j)$ oder $u(x_i, x_j)$ oder die Korrelationskoeffizienten $r(x_i, x_j)$ anzugeben. Überlicherweise werden diese Größen als Elemente von Matrizen dargestellt.

Die Diagonalelemente der **Kovarianzmatrix** sind die Quadrate der Standardabweichungen (d. h. die Varianzen) der Eingangsgrößen, die Nichtdiagonalelemente sind die Kovarianzen. Beispiel für 3 Eingangsgrößen x_1, x_2 und x_3:

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} s^2(x_1) & s(x_1, x_2) & s(x_1, x_3) \\ s(x_2, x_1) & s^2(x_2) & s(x_2, x_3) \\ s(x_3, x_1) & s(x_3, x_2) & s^2(x_3) \end{pmatrix} \tag{C.5}$$

Die Diagonalelemente der **Korrelationskoeffizientenmatrix** sind 1, die Nichtdiagonalelemente sind die Korrelationskoeffizienten. Beispiel für 3 Eingangsgrößen x_1, x_2 und x_3:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 & r(x_1, x_2) & r(x_1, x_3) \\ r(x_2, x_1) & 1 & r(x_2, x_3) \\ r(x_3, x_1) & r(x_3, x_2) & 1 \end{pmatrix} \tag{C.6}$$

Die **Unsicherheitsmatrix** ist analog zur Kovarianzmatrix der Einzelwerte nach Gl. (C.5). Die Diagonalelemente sind die Quadrate der Standardunsicherheiten der Mittelwerte. Beispiel für 3 Eingangsgrößen x_1, x_2 und x_3:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u^2(x_1) & u(x_1, x_2) & u(x_1, x_3) \\ u(x_2, x_1) & u^2(x_2) & u(x_2, x_3) \\ u(x_3, x_1) & u(x_3, x_2) & u^2(x_3) \end{pmatrix} \tag{C.7}$$

Für die empirische Ermittlung kann folgende Näherung als Grundlage dienen. Ruft die Änderung δx_i einer Eingangsgröße i mit Standardunsicherheit $u(x_i)$ eine Änderung δx_j der korrelierten Eingangsgröße j mit Standardunsicherheit $u(x_j)$ hervor, gilt näherungsweise die Beziehung [GUM, C.3.6, Anmerkung 3]:

$$r(x_i, x_j) \approx \frac{u(x_i) \cdot \delta x_j}{u(x_j) \cdot \delta x_i} \tag{C.8}$$

ANMERKUNG 3: Dabei ist zu beachten, dass $r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i)$ dann nur im Sonderfall $u(x_i) / u(x_j) = |\delta x_i / \delta x_j|$ exakt gilt. Dieser Sonderfall muss in hinreichender Näherung erfüllt sein, damit Berechnungen der kombinierten Standardunsicherheit nach Gl. (C.9) akzeptable Ergebnisse liefern.

Ist bei einer oder mehreren Eingangsgrößen Vorgehen nach Methode B erforderlich, können die Kovarianzen in der Regel nur teilweise oder gar nicht nach Gl. (C.1) berechnet werden. Stattdessen werden Schätzwerte für die Elemente der Korrelationskoeffizientenmatrix verwendet.

ANMERKUNG 4: Bei Vorliegen einer positiven (negativen) Korrelation mit $r > 0$ ($r < 0$) kann bei Fehlen näherer Informationen der Korrelationskoeffizient mit $r(x_i, x_j) = 0{,}5$ ($-0{,}5$) abgeschätzt werden (siehe [EUROLAB, A.6.4]).

ANMERKUNG 5: Sind die Größenordnungen der Standardunsicherheiten von Eingangsgrößen sehr unterschiedlich, sind Korrelationen unter Umständen vernachlässigbar.

Korrelationskoeffizienten können Werte im Bereich $-1 \leq r(x_i, x_j) \leq +1$ annehmen. Mit Hilfe von Gl. (C.4) folgt daher die Bedingung $|u(x_i, x_j)| \leq u(x_i) \cdot u(x_j)$. Wird eine der beiden Unsicherheiten $u(x_i)$ oder $u(x_j)$ klein im Verhältnis zur anderen, wird auch der Betrag der Kovarianz $|u(x_i, x_j)|$ klein. Beispiele:

- *Die Standardunsicherheiten $u(x_1) = 0{,}80$ und $u(x_2) = 0{,}02$ wurden ermittelt. Der Betrag der Kovarianz $|u(x_1, x_2)|$ kann auch im ungünstigsten Fall vollständiger Korrelation $|r(x_1, x_2)| = 1$ nicht größer werden als $u(x_1) \cdot u(x_2) = 0{,}80 \cdot 0{,}02 = 0{,}016$. Damit kann die Kovarianz höchstens 2,5 % der Gesamtvarianz $u^2(x_1) + u^2(x_2) = 0{,}80^2 + 0{,}02^2 \approx 0{,}64$ ausmachen und evtl. vernachlässigt werden.*
- *Im Fall $u(x_2) = 0{,}90$ kann die Kovarianz im ungünstigsten Fall auf $u(x_1) \cdot u(x_2) = 0{,}80 \cdot 0{,}90 = 0{,}72$ ansteigen und etwa 50 % der Gesamtvarianz $u^2(x_1) + u^2(x_2) = 0{,}80^2 + 0{,}90^2 = 1{,}45$ ausmachen. Dies ist nicht vernachlässigbar.*

C.2 Berechnung der kombinierten Standardunsicherheit

Nach [GUM, 5.2] gilt für die kombinierte Standardunsicherheit die Berechnungsvorschrift

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} c_i^2 \cdot u^2(x_i) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} c_i \cdot u(x_i) \cdot r(x_i, x_j) \cdot c_j \cdot u(x_j)} \tag{C.9}$$

mit den Sensitivitätskoeffizienten

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} = \frac{\partial f(x_1, \ldots, x_n)}{\partial x_i} \quad \text{und} \quad c_j = \frac{\partial y}{\partial x_j} = \frac{\partial f(x_1, \ldots, x_n)}{\partial x_j} \quad .$$

Diese Berechnungsvorschrift stellt eine Verallgemeinerung von Gl. (4.21) dar. Sie gilt im Unterschied zu Gl. (4.21) sowohl für korrelierte als auch unkorrelierte Eingangsgrößen.

ANMERKUNG 1: Bei unkorrelierten Eingangsgrößen i und j gilt $r(x_i, x_j) = 0$. Diese Eingangsgrößen liefern daher keinen Beitrag zur Doppelsumme in Gl. (C.9). Sind alle Eingangsgrößen unkorreliert, verschwindet die Doppelsumme und Gl. (C.9) reduziert sich auf Gl. (4.21).

ANMERKUNG 2: Sind alle Eingangsgrößen vollständig korreliert, d. h. es gilt $r(x_i, x_j) = +1$ oder $r(x_i, x_j) = -1$ für alle i und j, ergibt sich die kombinierte Standardunsicherheit durch einfache arithmetische statt quadratischer Addition der Standardunsicherheiten der einzelnen Eingangsgrößen [GUM, 5.2.2, Anmerkung 1]. Dabei können sich die Unsicherheiten gegenseitig kompensieren. Dies lässt sich am einfachsten anhand von Gl. (C.12) verifizieren.

ANMERKUNG 3: Sensitivitätskoeffizienten für spezielle Modellgleichungen enthält Anhang B.

C.3 Mathematische Ergänzungen

C.3.1 Kovarianzen und Standardunsicherheiten von Mittelwerten

Kovarianzen von Mittelwerten lassen sich nach Gl. (C.4) mittels Korrelationskoeffizienten und Standardunsicherheiten der Mittelwerte darstellen. Dazu wird Gl. (C.2) nach $s(x_i, x_j)$ aufgelöst und in Gl. (C.3) eingesetzt. Anschließend werden die Streuterme nach Gl. (4.14) ersetzt:

$$u(\bar{x}_i, \bar{x}_j) = \frac{s(x_i, x_j)}{m} = \frac{r(x_i, x_j) \cdot s(x_i) \cdot s(x_j)}{m} = r(x_i, x_j) \cdot \frac{s(x_i)}{\sqrt{m}} \cdot \frac{s(x_j)}{\sqrt{m}} = r(x_i, x_j) \cdot u(\bar{x}_i) \cdot u(\bar{x}_j) \tag{C.10}$$

C.3.2 Kombinierte Standardunsicherheit

Die kombinierte Standardunsicherheit wird berechnet, indem alle möglichen Kombinationen aus zwei Elementen $c_i \cdot u(x_i)$ und $c_j \cdot u(x_j)$ gebildet werden (einschließlich Kombinationen mit sich selbst) und das jeweilige Produkt berechnet wird. Diese Produkte werden anschließend summiert, wobei der Beitrag jedes Produktes zur Gesamtsumme durch die jeweilige Korrelation $r(x_i, x_j)$ gewichtet wird.

Betrachtet man die verschiedenen Elemente $c_i \cdot u(x_i)$ als Komponenten eines Vektors, lässt sich die Berechnung mit Hilfe der vorstehenden Matrizendarstellungen systematisch als Vektorgleichung darstellen. Beispiel für n = 3 Eingangsgrößen:

$$u_C(y) = \sqrt{\begin{pmatrix} c_1 \cdot u(x_1) & c_2 \cdot u(x_2) & c_3 \cdot u(x_3) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & r(x_1, x_2) & r(x_1, x_3) \\ r(x_2, x_1) & 1 & r(x_2, x_3) \\ r(x_3, x_1) & r(x_3, x_2) & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 \cdot u(x_1) \\ c_2 \cdot u(x_2) \\ c_3 \cdot u(x_3) \end{pmatrix}} \tag{C.11}$$

Nach den Regeln der Vektoralgebra gilt für beliebiges n > 0:

$$u_C(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} c_i \cdot u(x_i) \cdot \sum_{j=1}^{n} r(x_i, x_j) \cdot c_j \cdot u(x_j)} \tag{C.12}$$

Unter Berücksichtigung von $r(x_i, x_i) = 1$ (Diagonalelemente der Korrelationskoeffizientenmatrix) lassen sich alle Terme zusammenfassen, deren Indizes die Bedingung $i = j$ erfüllen. Gl. (C.12) kann dann in zwei Summenterme zerlegt werden:

$$u_C(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} c_i \cdot u(x_i) \cdot 1 \cdot c_i \cdot u(x_i) + \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot u(x_i) \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} r(x_i, x_j) \cdot c_j \cdot u(x_j)} \tag{C.13}$$

Unter Berücksichtigung der Symmetrie $r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i)$ kann die Summation im zweiten Summenterm auf die Elemente oberhalb der Diagonalen der Korrelationskoeffizientenmatrix beschränkt werden (d. h. auf die Terme mit Zeilenindex $1 \le i < n$ und Spaltenindex $i + 1 \le j \le n$), sofern diese Elemente doppelt gezählt werden. Damit resultiert die Darstellung nach Gl. (C.9).

D Erweiterungsfaktoren und Freiheitsgrade

D.1 Tabelle der Erweiterungsfaktoren k_p

Freiheits-grade ν	Vertrauensniveau $(1 - \alpha)\cdot 100\,\%$							
	68,2700 %	**90,0000 %**	**95,0000 %**	**95,4500 %**	**99,0000 %**	**99,7300 %**	**99,9937 %**	**99,9999 %**
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,78	10105,08	1097620,30
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21	125,98	1313,06
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22	32,68	156,07
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62	17,47	56,68
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51	12,30	31,77
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90	9,85	21,98
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53	8,47	17,07
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28	7,60	14,23
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09	7,00	12,41
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96	6,57	11,15
11	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85	6,25	10,25
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76	5,99	9,56
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69	5,79	9,03
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64	5,62	8,61
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59	5,48	8,26
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54	5,37	7,97
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51	5,27	7,73
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48	5,18	7,52
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45	5,10	7,35
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42	5,04	7,19
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33	4,80	6,65
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27	4,65	6,32
35	1,01	1,69	2,03	2,07	2,72	3,23	4,54	6,09
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20	4,47	5,94
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18	4,41	5,82
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16	4,37	5,73
100	1,01	1,66	1,98	2,03	2,63	3,08	4,18	5,34
1.000	1,00	1,65	1,96	2,00	2,58	3,01	4,02	5,03
10.000	1,00	1,65	1,96	2,00	2,58	3,00	4,00	5,00
100.000	1,00	1,64	1,96	2,00	2,58	3,00	4,00	5,00
∞	1,00	1,64	1,96	2,00	2,58	3,00	4,00	5,00

Tabelle 6: Erweiterungsfaktoren k_p bei Normalverteilung

ANMERKUNG 1: Die k_p-Werte für die Freiheitsgrade ν und Vertrauensniveaus $(1 - \alpha) \cdot 100\,\%$ berechnen sich als (zweiseitige) Quantile der t-Verteilung: $k_p = t_{\nu;1-\alpha/2}$ (z. B. mittels EXCEL-Arbeitsblattfunktion TINV(α; ν)).

ANMERKUNG 2: Sofern Normalverteilung nicht anwendbar ist, gelten abweichende k_p-Faktoren (vgl. Tabelle 2 für Dreiecks-, Rechteck- und U-Verteilung bei Vertrauensniveau 100 %; siehe auch [GUM; G.1.3]).

D.2 Bedeutung des Erweiterungsfaktors: Beispiel Mittelwerte

Liegen zu einer Messgröße die Messwerte $x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots, x_m$ mit $1 \le k \le m$ vor, die mit zufälligen Messabweichungen behaftet sind, erhält man nach den Regeln der Fehlerrechnung eine genauere Aussage über den **richtigen Wert** der Messgröße, indem man den **arithmetischen Mittelwert**

$$\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} x_k \tag{D.1}$$

berechnet. Die zugehörige **empirische Standardabweichung** ist ein Maß für die Streuung der Messwerte $x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots, x_m$ um den Mittelwert:

$$s = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^{m} (x_k - \bar{x})^2} \tag{D.2}$$

*ANMERKUNG 1: Die beiden Größen $\bar{x}$ und s sind Schätzwerte für die Kennwerte einer **Normalverteilung**, die bei Anwendung der Formeln für die Verteilung der Messwerte x_1, x_2, …, x_k, …, x_m „stillschweigend unterstellt" wird.*

Ohne **systematische Messabweichungen**, d. h. wenn nur **zufällige Messabweichungen** auftreten, strebt der Mittelwert mit wachsender Anzahl m der Messwerte gegen den richtigen Wert der Messgröße und erreicht ihn, wenn m über alle Grenzen steigt, d. h. im Grenzübergang $m \to \infty$.

Aufgrund der in der Praxis stets beschränkten, d. h. endlichen Anzahl Messwerte, beinhaltet auch der Mittelwert zumindest noch zufällige Abweichungen. Ein Maß für die **Streuung des Mittelwertes**, die bei Wiederholung der Messung zu erwarten wäre, ist die sogenannte **Standardunsicherheit**

$$u = \frac{s}{\sqrt{m}} = \sqrt{\frac{1}{m \cdot (m-1)} \sum_{k=1}^{m} (x_k - \bar{x})^2} \tag{D.3}$$

Die Unsicherheit u nimmt mit wachsendem m kontuierlich ab und verschwindet im Grenzübergang $m \to \infty$.

Die Erwartung, die Mittelwerte wiederholter Messungen im Bereich $\bar{x} - u \le \bar{x} \le \bar{x} + u$ vorzufinden, in dem der **wahre Wert** der Messgröße angenommen wird, wird nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit erfüllt. Um diese Wahrscheinlichkeit zu quantifizieren, ist die Festlegung eines sogenannten **Vertrauensbereiches** erforderlich:

$$\bar{x} - t_{m-1;1-\alpha/2} \cdot u \le \bar{x} \le \bar{x} + t_{m-1;1-\alpha/2} \cdot u \tag{D.4}$$

Die Größe des Faktors $t_{m-1;1-\alpha/2}$ wird durch die Anzahl m der Messwerte und das (vorzugebende) Vertrauensniveau $1-\alpha$ bestimmt. $t_{m-1;1-\alpha/2}$ ist das (zweiseitige) Quantil der **t-Verteilung** [20] bei $\nu = m-1$ **Freiheitsgraden** und **Vertrauensniveau** $1-\alpha$.

In der Messtechnik sind das Vertrauensniveau 95 % und m $\geq$ 20 Messwerte gängig. In diesem Fall wird $t_{m-1;1-\alpha/2} = 2$ angesetzt. Dies bedeutet, dass 95 Mittelwerte von (hypothetischen) 100 Messreihen, jede aus mindestens 20 Messwerten bestehend, im Bereich $\bar{x} - 2 \cdot u \le \bar{x} \le \bar{x} + 2 \cdot u$ zu erwarten wären, wobei $\bar{x}$ aus einer beliebigen, zufällig ausgewählten Messreihe der insgesamt 100 Messreihen zu ermitteln wäre.

ANMERKUNG 2: Der Begriff „hypothetisch" bedeutet, dass diese Messreihen nicht tatsächlich durchgeführt werden. Vielmehr wird abgeschätzt, in welchem Wertebereich die Mittelwerte dieser Messreihen mit einer bestimmten, vorgegebenen Wahrscheinlichkeit zu erwarten wären, wenn die Messsreihen tatsächlich durchgeführt würden.

Im Rahmen von Messunsicherheitsstudien wird

$$t_{m-1;1-\alpha/2} = k_p \tag{D.5}$$

als **Erweiterungsfaktor** bezeichnet und

$$t_{m-1;1-\alpha/2} \cdot u = k_p \cdot u = U \tag{D.6}$$

als **erweiterte Messunsicherheit**.

---

[20] Werte für t in Abhängigkeit von ν und α können Tabellen entnommen oder z. B. mittels MS-EXCEL-Arbeitsblattfunktion TINV(α;ν) ermittelt werden; bei EXCEL ist zu beachten, dass TINV(α;ν) direkt den Wert $t_{\nu;1-\alpha/2}$ liefert.

D.3 Freiheitsgrade

Der Erweiterungsfaktor k_p wird durch das Vertrauensniveau und die sogenannten Freiheitsgrade festgelegt. Als Freiheitsgrade bezeichnet man die Anzahl Ausdrücke in einer Summe abzüglich der Anzahl Nebenbedingungen, der diese Ausdrücke unterliegen [ISO 3534-1, 2.54].

BEISPIEL: Die Summe $y = x_1 + x_2 + x_3$ soll für alle Wertekombinationen x_i zum gleichen Ergebnis y führen (Nebenbedingung). Offenbar können für zwei der drei Summanden beliebige Werte eingesetzt werden. Der dritte Wert muss hingegen einen bestimmten Wert annehmen, der durch das vorgegebene Ergebnis und die beiden anderen Werte bestimmt ist. Da zwei Werte x_i beliebig variiert werden können, bestehen zwei Freiheitsgrade.

Die „Verlässlichkeit" von Wahrscheinlichkeitsangaben und Ergebnissen statistischer Berechnungen steigt mit der Anzahl m der Werte, die zum Ergebnis beitragen, d. h. je besser $m \to \infty$ angenähert wird. Eine beschränkte Anzahl Werte führt zu Nebenbedingungen für diese Werte, d. h. einer beschränkten Anzahl Freiheitsgrade.

D.3.1 Eingangsgrößen (Methode A)

Bei Ermittlung der Standardunsicherheit der Eingangsgröße i nach Methode A auf Basis von m Messwerten, die als normalverteilt angenommen werden können, errechnet sich die Anzahl Freiheitsgrade gemäß

$$\nu_i = m - 1. \tag{D.7}$$

D.3.2 Eingangsgrößen (Methode B)

Bei Ermittlung der Standardunsicherheit der Eingangsgröße i nach Methode B kann folgende Beziehung zur Abschätzung der Anzahl Freiheitsgrade verwendet werden [GUM G.4.2]:

$$\nu_i = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\left(\dfrac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)}\right)^2} \tag{D.8}$$

Der Term $\Delta u(x_i)/u(x_i)$ repräsentiert die relative **Unsicherheit der Standardunsicherheit**, mit der die ermittelte Standardunsicherheit $u(x_i)$ belastet ist, d. h. einen Zahlenwert zwischen 0 und 1. Für Schätzwerte im Bereich $\Delta u(x_i)/u(x_i) \leq 0{,}15$ ergeben sich $\nu_i > 20$ Freiheitsgrade. Bei Vertrauensniveau 95,45 % resultiert $2{,}00 \leq k_p \leq 2{,}13$ oder $k_p \approx 2{,}0$. Bei $\Delta u(x_i)/u(x_i) = 0{,}25$ ergeben sich nur noch $\nu_i = 8$ Freiheitsgrade und $k_p \approx 2{,}4$.

Bei Eingangsgrößen, bei denen (z. B. aus physikalischen Gründen) vorausgesetzt werden kann, dass alle Werte ohne Ausnahme zwischen bestimmten Grenzen liegen, besteht keine Unsicherheit bei der Unsicherheitsangabe, d. h. $\Delta u(x_i)/u(x_i) = 0$. Für die Anzahl Freiheitsgrade ergibt sich in diesen Fällen $\nu_i \to \infty$. Dies gilt z. B. für Eingangsgrößen mit Rechteck-, Dreieck- oder U-Verteilung nach Kap. 4.4.2.2.

Anders sieht es bei der Normalverteilung aus, die prinzipiell nicht zu 100 % zwischen zwei Grenzen liegt. Gleiches gilt für jede andere Verteilung, wenn man nicht 100 % sicher sein kann, dass alle Werte zwischen bestimmten Grenzen liegen. In diesen Fällen ist die Anzahl Freiheitsgrade endlich groß. Sofern nicht vorausgesetzt werden kann, dass mindestens 15 – 20 Freiheitsgrade vorliegen und damit $k_p \approx 2{,}0$ bei Vertrauensniveau 95,45 % anwendbar ist, ist eine Analyse der Freiheitsgrade unverzichtbar.

Werden hingegen die Werte einer Eingangsgröße i ausdrücklich als normalverteilt deklariert, jedoch <u>keine</u> Grenzen vorgegeben (vgl. Kap. 4.4.2.1), lässt sich theoretisch zeigen, dass $m_i \to \infty$ Einzelmesswerte erforderlich wären, um mit ausreichend hohem Grad des Vertrauens ($\geq$ 95 %) sicherzustellen, dass es sich nicht um eine beschränkte Verteilung handelt (z. B. eine Dreiecks- oder Rechteckverteilung, die sich dem Datensatz ähnlich gut anpasst). Damit können in diesen Fall $\nu_i \to \infty$ Freiheitsgrade angenommen werden.

D.3.3 Ausgangsgrößen

Für die kombinierte Standardunsicherheit kann die effektive Anzahl Freiheitsgrade näherungsweise nach der sogenannten Welch-Satterthwaite-Formel berechnet werden [GUM, G.4.1]:

$$\nu_{eff} = \frac{u_C{}^4(y)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{(c_i \cdot u(x_i))^4}{\nu_i}} \quad \text{oder umgestellt} \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{(c_i \cdot u(x_i))^4}{\nu_i} = \frac{u_C{}^4(y)}{\nu_{eff}} \tag{D.9}$$

Eingangsgrößen i mit einer hinreichend großen Anzahl Freiheitsgrade $\nu_i \to \infty$ liefern keinen Beitrag zur Summe. Dies gilt z. B. für Eingangsgrößen mit Rechteck-, Dreiecks- oder U-Verteilung nach Kap. 4.4.2.2. Besitzen alle n Eingangsgrößen eine hinreichend große Anzahl Freiheitsgrade, resultiert auch für die Ausgangsgröße die effektive Anzahl Freiheitsgrade $\nu_{eff} \to \infty$ und damit $k_p \approx 2{,}0$ bei Vertrauensniveau 95,45 %.

ANMERKUNG 1: $\nu_i \geq 15 \dots 20$ gilt in der Regel als ausreichend groß.

Ist dies nicht für alle Eingangsgrößen i erfüllt, ist eine Analyse der Freiheitsgrade erforderlich. Mit

$$\frac{c_i \cdot u(x_i)}{u_C(y)} = \lambda_i \tag{D.10}$$

lässt sich Gl. (D.9) in der Form

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i{}^4}{\nu_i} = \frac{1}{\nu_{eff}} \tag{D.11}$$

darstellen, die aufgrund der Unabhängigkeit von absoluten Unsicherheitsbeiträgen für Analysezwecke geeigneter ist.

ANMERKUNG 2: λ_i^2 repräsentiert den relativen Beitrag der Eingangsgröße i zur Messunsicherheitsbilanz (siehe Anhang I, Spalte „Anteil an MU-Bilanz“ im Formblatt).

E Anforderungen der Verfahren nach Heft 10 an die Messunsicherheit

E.1 Zuordnung von Fähigkeitskategorien

Wie in Kap. 2.5 erwähnt, ist eine ausreichend kleine Messunsicherheit erforderlich, damit die Messergebnisse eine ausreichend verlässliche Berechnung der Kenngrößen C_g, C_{gk} und %GRR und eine entsprechende Einstufung des Messprozesses in die Kategorien „fähig", „bedingt fähig" oder „nicht fähig" gewährleisten.

Im Fall von Messprozessen stellt die sogenannte „Goldene Regel der Messtechnik"

$$\frac{U}{T} \cdot 100\% \leq 10\%$$

eine Empfehlung für die empirische Obergrenze der Messunsicherheit U bezogen auf die Merkmalstoleranz T dar [21]. Daraus resultiert $T \geq 10 \cdot U$ oder die minimal erforderliche Merkmalstoleranz $T_{min} = 10 \cdot U$.

Aus der Anforderung nach [Heft 10], Verfahren 1

$$C_g = \frac{0{,}2 \cdot T}{6 \cdot s} \geq 1{,}33 = \frac{4}{3}$$

resultiert $T \geq 40 \cdot s$ oder die minimal erforderliche Merkmalstoleranz $T_{min} = 40 \cdot s$.

Aus den Anforderungen nach [Heft 10], Verfahren 2 und 3

$$\%GRR = \frac{6 \cdot GRR}{T} \cdot 100\% \leq 10\%$$

resultiert $T \geq 60 \cdot GRR$ oder die minimal erforderliche Merkmalstoleranz $T_{min} = 60 \cdot GRR$.

ANMERKUNG 1: Siehe [Heft 10], Anhang D, zu Inkonsistenzen der Mindestanforderungen von Verfahren 1 im Vergleich zu Verfahren 2 und 3.

Die Konsequenz dieser drei Anforderungen ist, dass die Messunsicherheit U (unabhängig von der Merkmalstoleranz T) die beiden Bedingungen

$$U \leq 4 \cdot s \tag{E.1}$$

und

$$U \leq 6 \cdot GRR \tag{E.2}$$

erfüllen muss, damit die Messergebnisse eine verlässliche Bewertung des Messprozesses erlauben.

ANMERKUNG 2: Die Erfüllung oder Nichterfüllung der Bedingungen beinhaltet keine Aussage, ob ein Messprozess „fähig" oder „nicht fähig" ist.

[21] Es existiert keine normative Festlegung

E.2 Signifikanztest nach Verfahren 1, VDA Band 5 und AIAG MSA

Dieses Kapitel zeigt (ausschließlich unter Verwendung der üblichen Definitionen und Grenzwerte), dass ein aussagefähiger Signifikanztest an bestimmte Voraussetzungen für die Messunsicherheit gebunden ist.

Definitionen

Potentieller Fähigkeitsindex: $C_g = \dfrac{0{,}2 \cdot T}{6 \cdot s}$

Kritischer Fähigkeitsindex: $C_{gk} = \dfrac{0{,}1 \cdot T - |\bar{x} - x_0|}{3 \cdot s}$

Schritt 1

Die Definition für C_g in die Definition für C_{gk} eingesetzt

$$C_{gk} = \frac{0{,}1 \cdot T}{3 \cdot s} - \frac{|\bar{x} - x_0|}{3 \cdot s} = \frac{0{,}2 \cdot T}{6 \cdot s} - \frac{|\bar{x} - x_0|}{3 \cdot s} = C_g - \frac{|\bar{x} - x_0|}{3 \cdot s}$$

ergibt nach $C_g - C_{gk}$ aufgelöst

$$C_g - C_{gk} = \frac{1}{3} \cdot \frac{|\bar{x} - x_0|}{s}$$

Die systematische Messabweichung $|\bar{x} - x_0|$ einer Stichprobe vom Umfang m bezogen auf die Standardabweichung s ist mit einem Grad des Vertrauens 1 - α insignifikant, solange

$$\frac{|\bar{x} - x_0|}{s} \le \frac{t_{m-1;1-\alpha/2}}{\sqrt{m}}$$

erfüllt ist (vgl. [Heft 10], Anhang C), d. h. wenn

$$\boxed{C_g - C_{gk} \le \frac{1}{3} \cdot \frac{t_{m-1;1-\alpha/2}}{\sqrt{m}}} \qquad \text{(E.3)}$$

$t_{m-1;1-\alpha/2}$ bezeichnet das Quantil der t-Verteilung bei m – 1 Freiheitsgraden und Vertrauensniveau 1 – α bei zweiseitig begrenztem Vertrauensbereich.

Schritt 2

Die Definition für C_g nach 3s aufgelöst

$$3 \cdot s = \frac{0{,}1 \cdot T}{C_g}$$

in die Definition für C_{gk} eingesetzt

$$C_{gk} = \frac{0{,}1 \cdot T - |\bar{x} - x_0|}{\frac{0{,}1 \cdot T}{C_g}} = C_g - 10 \cdot C_g \cdot \frac{|\bar{x} - x_0|}{T}$$

ergibt nach $C_g - C_{gk}$ aufgelöst und unter Berücksichtigung des Ergebnisses Gl. (E.3) aus Schritt 1

$$\boxed{C_g - C_{gk} = 10 \cdot C_g \cdot \frac{|\bar{x} - x_0|}{T} \le \frac{1}{3} \cdot \frac{t_{m-1;1-\alpha/2}}{\sqrt{m}}} \qquad \text{(E.4)}$$

Die Ungleichung (E.4) nach $|\bar{x} - x_0|/T$ aufgelöst ergibt schließlich

$$\boxed{\frac{|\bar{x} - x_0|}{T} \le \frac{1}{30 \cdot C_g} \cdot \frac{t_{m-1;1-\alpha/2}}{\sqrt{m}}} \qquad \text{(E.5)}$$

Ergebnis

Quantitativ resultiert bei Vertrauensniveau 95 %, üblichem Stichprobenumfang (m = 25 ... 50) und potentieller Fähigkeit im Bereich $C_g \ge 1{,}33$ die Anforderung

$$\frac{|\bar{x} - x_0|}{T} \cdot 100\% < 1\%$$

d. h. die systematische Messabweichung einer Messeinrichtung darf höchstens 1 % der Merkmalstoleranz ausmachen, um als insignifikant zu gelten.

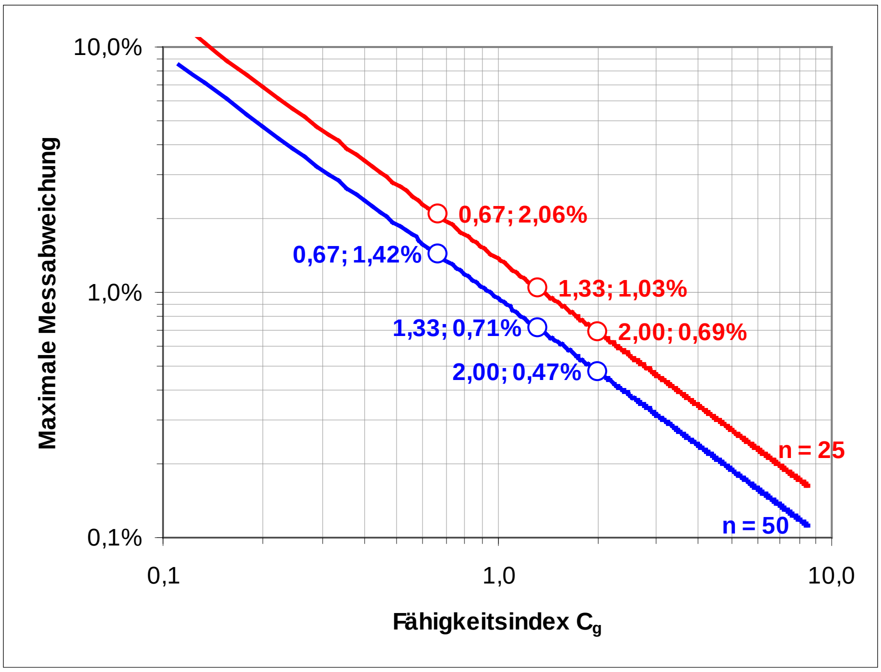


Abbildung 9: Grenzwerte für insignifikante systematische Messabweichungen bei Verfahren 1
Höchstwerte bezogen auf die Merkmalstoleranz bei Vertrauensniveau 95 % für die Stichprobenumfänge m = 50 und m = 25 in Abhängigkeit vom potentiellen Fähigkeitsindex C_g des Messprozesses

Bedeutung für die praktische Anwendung

In der Praxis hat ein solcher Signifikanztest nur dann Bedeutung, wenn auch die Messunsicherheit U die Bedingung

$$\frac{U}{T} \cdot 100\% < 1\%$$

erfüllt. Dies ist häufig nicht der Fall. Stattdessen gilt als Faustregel für „geeignete" Messsysteme die sogenannte „Goldene Regel der Messtechnik"

$$\frac{U}{T} \cdot 100\% < 10\%$$

d. h. eine um den Faktor 10 schwächere Anforderung. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Obergrenze 10 % einen Grenzwert darstellt, der sich zwar empirisch bewährt hat, der jedoch durch Richtlinien und Normen nicht eindeutig festgelegt ist. Abhängig vom jeweiligen Messsystem kann es Fälle geben, bei denen Grenzwerte bis etwa 20 % akzeptabel sind.
Weiter ist zu berücksichtigen, dass die Messunsicherheit U prinzipiell nicht kleiner werden kann als die Auflösung des Messsystems.

Schlussfolgerung

Im Fall

$$\frac{|\bar{x} - x_0|}{T} < \frac{U}{T} \qquad \text{oder einfach} \qquad |\bar{x} - x_0| < U$$

ist die Bewertung der systematischen Messabweichung eines Messsystems mittels Signifikanztest nicht sinnvoll, da sie im Bereich der Messunsicherheit liegt (Wertebereich für den wahren Wert des Messergebnisses). Es kann dann nicht entschieden werden, ob es sich um ein rechnerisches Ergebnis oder eine reale, technisch bedingte Abweichung handelt.

F Berücksichtigung systematischer Messabweichungen (Korrektion)

***HINWEIS**: In zahlreichen Leitfäden findet man Ansätze, die sich mehr oder minder stark von [GUM] unterscheiden. Der nachstehend beschriebene Ansatz lehnt sich unmittelbar an [GUM, H.3] an.*

F.1 Unsicherheit des korrigierten Messergebnisses

Unter der Voraussetzung, dass eine lineare Korrektur eines beobachteten Messergebnisses y' (angezeigter Wert) ausreichend ist, wird folgende Modellgleichung für den Zusammenhang mit dem korrigierten Messergebnis y_0 (richtiger Wert) angesetzt:

$$y_0 = y' + K(y') \tag{F.1}$$

mit der Korrektur

$$K(y') = y_0 - y' = \alpha_K + \beta_K \cdot y' \tag{F.2}$$

ANMERKUNG 1: α_K und β_K sind Parameter der Korrekturkurve, d. h. in der Regel Achsenabschnitt und Steigung einer Regressionsgeraden. Diese Gerade wird z. B. im Rahmen der Kalibrierung mit Hilfe mehrerer Normale mit unterschiedlichen Referenzwerten ermittelt (siehe Anhang F.2 und [GUM, H.3]).

ANMERKUNG 2: Bezüglich nichtlinearer Korrekturen, z. B. mittels Polynomen höherer Ordnung, wird auf die Literatur verwiesen.

Bei der Ermittlung der Unsicherheit $u(y_0)$ des korrigierten Messergebnisses $y_0 = y_0(\alpha_K, \beta_K, y')$ ist nur die **Unsicherheit** $u(K(y'))$ der Korrektur $K(y')$ zu berücksichtigen, nicht aber die Korrektur selbst. Mit den Sensitivitätskoeffizienten

$$\frac{\partial K}{\partial \alpha_K} = 1, \qquad \frac{\partial K}{\partial \beta_K} = y' \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial K}{\partial y'} = \beta_K \tag{F.3}$$

berechnet sich die Unsicherheit der Korrektur gemäß

$$u(K(y')) = \sqrt{u^2(\alpha_K) + y'^2 \cdot u^2(\beta_K) + \beta_K{}^2 \cdot u^2(y') + 2 \cdot y' \cdot u(\alpha_K, \beta_K)} \tag{F.4}$$

ANMERKUNG 3: Es ist unbedingt zu beachten, dass die Regressionskoeffizienten α_K und β_K normalerweise aus demselben Messdatensatz ermittelt werden und deshalb korreliert sind (vgl. Anhang C). Dieser Beitrag ist in der Regel nicht unerheblich und in der Unsicherheitsbilanz zu berücksichtigen [EUROLAB, A.2.1]. Der Term $2 \cdot y' \cdot u(\alpha_K, \beta_K)$ repräsentiert diese Korrelation.

Für die Unsicherheit des korrigierten Messergebnisses gilt

$$u(y_0) = \sqrt{u^2(y') + u^2(K(y'))} \tag{F.5}$$

Praxisrelevante Sonderfälle

- $\beta_K = 0$, d. h. konstante additive Korrektur unabhängig vom Messwert gemäß $y_0 = y' + \alpha_K$:

$$u(y_0) = \sqrt{u^2(\alpha_K) + u^2(y')} \tag{F.6}$$

- $\alpha_K = 0$, d. h. Korrektur um konstanten Faktor relativ zum Messwert gemäß $y_0 = (1 + \beta_K) \cdot y'$:

$$u(y_0) = \sqrt{y'^2 \cdot u^2(\beta_K) + (1 + \beta_K{}^2) \cdot u^2(y')} \tag{F.7}$$

F.2 Korrektur und Unsicherheit der Korrektur bei linearer Regression

Die Parameter α_K und β_K für die Korrektur $K(y')$ und deren Standardunsicherheit $u(K(y'))$ werden üblicherweise ermittelt, indem mit Hilfe mehrerer Normale mit unterschiedlichen Referenzwerten $x_{0,j}$ die jeweils zugehörigen, vom Messsystem angezeigten Werte x'_j ermittelt werden. Die Auswertung erfolgt mit Hilfe von Gl. (F.2). Dabei tritt x_0 an die Stelle von y_0 und x' an die Stelle von y':

$$K(x') = x_0 - x' = \alpha_K + \beta_K \cdot x' \tag{F.8}$$

Die nachstehenden Gln. (F.9) bis (F.14) sind Standardbeziehungen, die z. B. Lehrbüchern zu linearer Regression entnommen werden können (siehe auch [GUM, H.3] und [EUROLAB, A.2]). Die Nomenklatur wurde auf den vorliegenden Fall angepasst. Die Anwendbarkeit setzt insignifikante Auswirkungen der **Ableseunsicherheit** und der **Kalibrierunsicherheit** der verwendeten Normale auf die Unsicherheit der berechneten Parameter voraus und eine hinreichend konstante **Reststreuung** s_R um die Regressionsgerade. Andernfalls gelten abweichende Beziehungen. Hierzu wird auf die Fachliteratur verwiesen.

Beobachtete Korrektur bei Normal j:

$$K_j = x_{0,j} - x'_j \tag{F.9}$$

Mittelwerte der beobachteten Korrektur- bzw. Messwerte bei n_0 Normalen:

$$\overline{K} = \frac{1}{n_0}\sum_{j=1}^{n_0} K_j \qquad \overline{x'} = \frac{1}{n_0}\sum_{j=1}^{n_0} x'_j \tag{F.10}$$

Jeweils mit dem Faktor $(n_0 - 1)$ multiplizierte Varianz der beobachteten Messwerte bzw. Kovarianz der beobachteten Mess- und Korrekturwerte:

$$Q_{x'} = \sum_{j=1}^{n_0}\left(x'_j - \overline{x'}\right)^2 \qquad Q_K = \sum_{j=1}^{n_0}\left(x'_j - \overline{x'}\right)\cdot\left(K_j - \overline{K}\right) \tag{F.11}$$

Steigung und Achsenabschnitt der Regressionsgeraden:

$$\beta_K = \frac{Q_K}{Q_{x'}} \qquad \alpha_K = \overline{K} - \beta_K \cdot \overline{x'} \tag{F.12}$$

Reststreuung der beobachteten Korrekturwerte um die Regressionsgerade:

$$s_R{}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_0}\left\{K_j - \left(\alpha_K + \beta_K \cdot x'_j\right)\right\}^2}{n_0 - 2} \tag{F.13}$$

Varianz und Kovarianz von Achsenabschnitt und Steigung der Regressionsgeraden:

$$u^2(\alpha_K) = s_R{}^2 \cdot \left(\frac{1}{n_0} + \frac{\overline{x'}^2}{Q_{x'}}\right) \qquad u^2(\beta_K) = s_R{}^2 \cdot \frac{1}{Q_{x'}} \qquad u(\alpha_K, \beta_K) = -s_R{}^2 \cdot \frac{\overline{x'}}{Q_{x'}} \tag{F.14}$$

Zur Ermittlung der Korrektur $K(y')$ eines im Bereich $\mathrm{MIN}(x_{0,j}) \le y' \le \mathrm{MAX}(x_{0,j})$ beobachteten, ansonsten beliebigen Messergebnisses y' werden die nach den Gln. (F.12) ermittelten **Parameterwerte** für den Achsenabschnitt α_K und die Steigung β_K der Regressionsgeraden in Gl. (F.2) eingesetzt. Zur Ermittlung der Unsicherheit der Korrektur $u(K(y'))$ werden die nach den Gln. (F.14) ermittelten **Parameterwerte** für die Varianzen $u^2(\alpha_K)$ und $u^2(\beta_K)$ und die Kovarianz $u(\alpha_K, \beta_K)$ von Achsenabschnitt und Steigung in Gl. (F.4) eingesetzt.

F.3 Unsicherheit des unkorrigierten Messergebnisses

***HINWEIS**: Nach [GUM, 6.3.1, Anmerkung] ist grundsätzlich zu vermeiden, dass Messergebnisse nicht korrigiert werden, obwohl die erforderlichen Korrektionen bekannt sind. Trotzdem ist dieser Fall gelegentlich nicht zu vermeiden (vgl. [GUM, F.2.4.5]). Er muss jedoch auf ganz besondere Umstände beschränkt bleiben und ist stichhaltig zu begründen und zu dokumentieren.*

Wird das Messergebnis y' trotz bekannter Korrektur $K(y')$ nicht korrigiert, sind sowohl die Unsicherheit $u(K(y'))$ der Korrektur als auch die Korrektur $K(y')$ selbst als Unsicherheitskomponenten in die Unsicherheit $u^*(y')$ des **unkorrigierten** Messergebnisses einzubeziehen (siehe [EUROLAB], Kap. 4) [22]

$$u^*(y') = \sqrt{u^2(y') + u^2(K(y')) + K^2(y')} = \sqrt{u^2(y_0) + K^2(y')} \tag{F.15}$$

[22] Siehe auch I.H.Lira, W.Wöger, Meas. Sci. Technol. 9 (1998), 1010-1011 sowie *„Erklärung der PTB zur Behandlung systematischer Abweichungen bei der Berechnung der Messunsicherheit"* (2010-05-12)

G Vergleichbarkeit von Messergebnissen

Zur Bewertung der Vergleichbarkeit von Messergebnissen unterschiedlicher Laboratorien und Messeinrichtungen wird von der *European Cooperation for Accreditation (EA)* die Kenngröße E_n vorgeschlagen [ISO 17043; ISO 13528]:

$$E_n = \frac{y_{LAB} - y_{REF}}{\sqrt{U_{LAB}^2 + U_{REF}^2}} \tag{G.1}$$

mit

y_{LAB}	Messergebnis des betrachteten Laboratoriums,
U_{LAB}	zugehörige erweiterte Messunsicherheit des betrachteten Laboratoriums,
y_{REF}	Referenzwert eines übergeordneten Laboratoriums (z. B. PTB, NIST, NPL),
U_{REF}	zugehörige erweiterte Messunsicherheit des übergeordneten Laboratoriums.

Die Vergleichbarkeit der Messergebnisse wird als akzeptabel eingestuft, wenn das Kriterium $E_n \le 1$ erfüllt wird. Im Fall $E_n > 1$ sind Korrektur- und ggf. Überwachungsmaßnahmen erforderlich.

ANMERKUNG: Die Anwendbarkeit der Kenngröße ist nicht auf unterschiedliche Laboratorien beschränkt. Sie kann gleichermaßen z. B. auf mehrere Messsysteme desselben Laboratoriums angewandt werden. Die Anwendung auf mehrere Messergebnisse desselben Messsystems ist ebenfalls möglich.

Steht kein Referenzwert y_{REF} eines übergeordneten Laboratoriums mit deutlich kleinerer Messunsicherheit U_{REF} zur Verfügung, kann der Mittelwert der Messergebnisse aller beteiligten Laboratorien als Referenzwert y_{REF} herangezogen werden:

$$y_{REF} = \overline{y_{LAB}} = \frac{1}{N_{LAB}} \cdot \sum_{N=1}^{N_{LAB}} y_{LAB_N} \tag{G.2}$$

mit

y_{LAB_N}	Messergebnis von Laboratorium Nr. N,
N_{LAB}	Gesamtzahl aller beteiligten Laboratorien.

Entsprechend berechnet sich U_{REF} aus dem Mittelwert der Varianzen der Standardunsicherheiten aller beteiligten Laboratorien

$$U_{REF} = \overline{U_{LAB}} = k_p \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{LAB}} \sum_{N=1}^{N_{LAB}} \left(\frac{U_{LAB_N}}{k_{p\,LAB_N}} \right)^2} = k_p \cdot \sqrt{\overline{u_{LAB}^2}} \tag{G.3}$$

mit

U_{LAB_N}	erweiterte Messunsicherheit zum Messergebnis von Laboratorium Nr. N,
$k_{p\,LAB_N}$	Erweiterungsfaktor der erweiterten Messunsicherheit von Laboratorium Nr. N,
k_p	Erweiterungsfaktor der erweiterten Referenzmessunsicherheit.

Außerdem ermöglicht Gl. (G.1), ein Kriterium für die Unterscheidbarkeit von Messergebnissen desselben Messsystems alternativ zu Kap. 2.3 zu definieren. Nach Gl. (G.1) sind die Messergebnisse y_1 und y_2 unterschiedlich, wenn

$$\frac{y_2 - y_1}{\sqrt{U_2^2 + U_1^2}} > 1 \tag{G.4}$$

erfüllt ist. Da die Messergebnisse mit demselben Messsystems ermittelt wurden, kann $U_2 = U_1 = U$ vorausgesetzt werden, so dass

$$y_2 - y_1 > \sqrt{2} \cdot U \tag{G.5}$$

als Kriterium für unterschiedliche Werte y_1 und y_2 resultiert.

H Monte-Carlo-Simulation

Die Messunsicherheit einer Messgröße lässt sich nicht immer mit vertretbarem Aufwand auf Basis des Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetzes analytisch ermitteln, d. h. durch manuelle Auswertung einer mathematischen Modellgleichung. Insbesondere bei komplexen (z. B. nichtlinearen) Zusammenhängen kann der Aufwand enorm ansteigen, um z. B. partielle Ableitungen oder Werte der Ausgangsgröße zu berechnen.

Für diese Fälle bietet die Monte-Carlo-Simulation eine Alternative. Es handelt sich um ein Verfahren, das mit Hilfe der Stochastik (Wahrscheinlichkeitsrechnung) und Verwendung von Zufallszahlen die Auswirkungen der Variation der Eingangsgrößen (Variablen) einer mathematischen Formel (Modellgleichung) auf die Ausgangsgröße simuliert.

Entsprechend ist – wie bei manueller Auswertung – auch bei Monte-Carlo-Simulation Voraussetzung, dass die funktionale Beziehung (Modellgleichung) zwischen den Eingangsgrößen und der Ausgangsgröße vorliegt (vgl. Kap. 4.3). Außerdem sind zu jeder Eingangsgröße Kenntnisse zum Soll- oder Erwartungswert und zum Verteilungsmodell der zugehörigen Eingangswerte um den Soll- oder Erwartungswert erforderlich. Dabei kann es sich um geschätzte oder gemessene Werte handeln, die den praktischen Anwendungsfall möglichst realitätsnah repräsentieren.

Im Unterschied zur manuellen Auswertung sind auch hoch komplexe und nicht in Form einer einzigen, analytischen Gleichung beschreibbare Zusammenhänge sowie ungewöhnliche Verteilungen der Eingangwerte möglich. Beispiele sind:

- Absolutbetrag,
- Hysterese,
- begrenzter Bereich („Clipping“, z. B. bei begrenzten Frequenzbändern),
- Totzeit,
- Umkehrspiel (z. B. Unterschiede bei Koordinatenmessmaschinen durch Anfahren von links oder rechts)
- Hemmung (z. B. Überwindung von Reibungswiderständen)
- Interpolation durch vorgegebene Punkte.

Die Simulation wird durchgeführt, indem für jede Eingangsgröße geschätzte oder gemessene Werte eingesetzt und jeder einzelne Wert entsprechend den festgelegten Verteilungsmodellen zufällig variiert wird. Eine ausreichend große Anzahl Simulationsdurchläufe liefert Aussagen über Streubereich und Verteilung des Ausgangswertes.

Bzgl. Details wird auf [GUM-S1] verwiesen.

2020-04-06 - SOCOS

I Formblatt für tabellarische Messunsicherheitsbilanzen

Informationen über Eingangsgrößen							Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen				Beiträge zur Messunsicherheit der Ergebnisgröße					Ermittlung k_p für Ergebnisgröße		
Lfd. Nr	Benennung	Variable	Maßeinheit	Wert der Variablen	Wert der Unsicher-heits-angabe	Bemerkungen (z.B. Quellen, Erläuterungen, Verweise, Verknüpfungen zu Dokumenten)	Ermittlungsmethode	Anzahl Messwerte *(Methode A)* oder k_p (≥1), V-Niveau (%), Verteilung *(Methode B)*	Zahlenfaktor zur Berechnung der Standard-unsicherheit	Standard-unsicherheit	Sensitivitäts-koeffizient	Beitrag zur Unsicherheit	Beitrag zur Unsicherheit (quadriert)	Anteil an MU-Bilanz $\frac{(c_i \cdot u(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n}(c_i \cdot u(x_i))^2}$	Rang (Ordnung nach Pareto)	Geschätzte Unsicherheit der Unsicher-heitsangabe	Freiheits-grade	Beitrag zum Nenner der Welch-Satterthwaite-Formel
i				x_i	Δx_i		A B	m_i k_p, %, Name	1 oder $\sqrt{m_i}$ k_p	$u(x_i) = \Delta x_i / k_p$	c_i	$c_i * u(x_i)$	$(c_i * u(x_i))^2$	[%]		$\Delta u(x_i) / u(x_i)$	ν_i	$\frac{(c_i \cdot u(x_i))^4}{\nu_i}$
1																		
2																		
3																		
4																		
5																		
Modellgleichung:							**Gesamtergebnis:**					**u_c^2 =**					**$\sum_i$ =**	
												u_c =					**ν_{eff} =**	
												k_p =					**1 - α =**	
												U =					**k_p =**	

Tabelle 7: Formblatt „Tabellarische Messunsicherheitsbilanz“ (Vorschlag)

Das Formblatt enthält vier Spaltengruppen mit folgenden Inhalten:

- **Informationen über Eingangsgrößen:** Systematische Dokumentation aller verfügbaren Angaben über die Eingangsgrößen;
- **Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen:** Berechnung aus den verfügbaren Angaben;
- **Beiträge zur Messunsicherheit der Ergebnisgröße:** Berechnung aus den Standardunsicherheiten;
- **Ermittlung k_p für Ergebnisgröße.**

Jede **Tabellenzeile** bezieht sich auf eine bestimmte Eingangsgröße.

Vor jeder Tabellenzeile können **eine oder mehrere Hilfszeilen** eingefügt werden, die Zwischen- und Hilfsberechnungen für diese Eingangsgröße enthalten. Hilfszeilen erhalten keine „Lfd. Nr." und enthalten nur in der Spaltengruppe „Informationen über Eingangsgrößen" Daten. Alle übrigen Spalten bleiben leer [23].

Informationen über Eingangsgrößen

Spaltenüberschrift	Spalteninhalt
Lfd. Nr.	Ganze Zahl
Benennung	Eindeutige Bezeichnung der Eingangsgröße, z. B. „Länge des Bügels" *(d. h. nicht nur unspezifisch „Länge")*
Variable	Symbol für die Eingangsgröße, z. B. L_B *(d. h. L für „Länge" und Index B für „Bügel")*
Maßeinheit	Maßeinheit des Zahlenwertes der Eingangsgröße und der zugehörigen Unsicherheitsangabe *(z. B. m für Meter)*
Wert der Variablen	Zahlenwert der Eingangsgröße *(z. B. 7,5)*
Wert der Unsicherheitsangabe	Zahlenwert der Unsicherheitsangabe *(z. B. 0,02)*
Bemerkungen (z. B. …)	Freitext, z. B. Quellen, Erläuterungen, Berechnungsformeln, Verweise, Verknüpfungen zu Dokumenten

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen

Spaltenüberschrift	Spalteninhalt
Ermittlungsmethode	A oder B entsprechend der Ermittlungsmethode der Standardunsicherheit der jeweiligen Eingangsgröße
Anzahl Messwerte *(Methode A)* oder k_p (≥ 1), V-Niveau (%), Verteilung *(Methode B)*	• Methode A: Keine Angabe oder ganze Zahl ≥ 1 • Methode B: Zahlenwert ≥ 1 ***oder*** Vertrauensniveau *(Prozentzahl zwischen 0 % und 100 %)* ***oder*** Bezeichnung des Verteilungsmodells *(z. B. Dreiecksverteilung)*
Zahlenfaktor zur Berechnung der Standardunsicherheit	Zahlenwert, durch den die Unsicherheitsangabe zur Eingangsgröße geteilt wird, um die Standardunsicherheit zu ermitteln: • Methode A: 1 oder $\sqrt{m}$ • Methode B: k_p
Standardunsicherheit	Ermittelte Standardunsicherheit der Eingangsgröße

23 Ausnahmen siehe Tabellen in Beispiel J.5.1 und J.5.2

Beiträge zur Messunsicherheit der Ergebnisgröße

Spaltenüberschrift	Spalteninhalt
Sensitivitätskoeffizient	Zahlenwert des Sensitivitätskoeffizienten zur jeweiligen Eingangsgröße
Beitrag zur Unsicherheit	Standardunsicherheit multipliziert mit dem Sensitivitätskoeffizienten
Beitrag zur Unsicherheit (quadriert)	Zahlenwert der Spalte „Beitrag zur Unsicherheit“ mit sich selbst multipliziert
Prozentualer Anteil an MU-Bilanz	Zahlenwert der Spalte „Beitrag zur Unsicherheit (quadriert)“ in Prozent der Spaltensumme
Rang (Ordnung nach Pareto)	Zahlenwerte sortiert nach abnehmender Größe, d. h. Rang 1 hat größte Bedeutung, Rang 2 hat zweitgrößte Bedeutung usw.

Ermittlung k_p für Ergebnisgröße (optional)

Spaltenüberschrift	Spalteninhalt
Geschätzte Unsicherheit der Unsicherheit	Zahlenwert in Prozent (Einzelheiten siehe Anhang D.3.2)
Freiheitsgrade	Ganze Zahl (Einzelheiten siehe Anhang D.3)
Beitrag zum Nenner der Welch-Satterthwaite-Formel	Zahlenwert (Einzelheiten siehe Anhang D.3.3)

J Beispiele

Mit Ausnahme des Beispiels „Gliedermaßstab“ handelt es sich in allen Fällen um konkrete Beispiele aus der unmittelbaren Praxis. Vereinfachungen werden nur insofern vorgenommen, dass in einigen Fällen nicht alle in Frage kommenden Eingangsgrößen betrachtet werden (z. B. Unsicherheiten von Materialparametern wie thermischen Ausdehnungskoeffizienten).

- J.1 Markierung mittels Gliedermaßstab (ugs. Zollstock)
  Einfache Darstellung des grundsätzlichen Vorgehens einer Messunsicherheitsstudie am Beispiel von Längen- und Flächenmarkierungen; Anwendung von additivem und multiplikativem Modellansatz, Normal- und Dreicksverteilung, Berücksichtigung von Korrelationen.
- J.2 Bewertung der Eignung einer Messuhr
  Ermittlung der Unsicherheit von Messergebnissen einer Messuhr, die für den speziellen Einsatzfall kalibriert wird, ein bestimmtes Produktmerkmal auf Einhaltung einer (unveränderlichen) Spezifikation zu prüfen; Anwendung des additiven Modells, Vermeidung von Korrektionen.
- J.3 Messung eines Bolzendurchmessers
  Ermittlung der Unsicherheit von Messergebnissen für Bolzendurchmesser; Anwendung von Korrektionen und Freiheitsgraden (Eingangsgrößen nach Methode A and B, Welch-Satterthwaite-Formel).
- J.4 Drehmomentmessung bei Motorprüfständen
  Ermittlung der Unsicherheit von Messergebnissen für Drehmomente ausschließlich auf Basis von Herstellerangaben, Kalibrierzertifikaten und Erfahrungswerten (Methode B, keine Messungen).
- J.5 Optische Vermessung mittels Messmikroskop
  Ermittlung und Bewertung der Unsicherheit optisch ermittelter Messergebnisse nach ISO 22514-7.
- J.6 Fertigungsbegleitende taktile Durchmessermessung
  Ermittlung der Unsicherheit von Messergebnissen eines Messprozesses auf Basis von Messbeständigkeitskarten.
- J.7 Einspritzmengenindikator (EMI)
  Anspruchsvolleres Praxisbeispiel: Unsicherheit der Kalibrierung eines Messsystems auf Basis eines mathematisch geschlossen darstellbaren Modells; Aufstellen der Modellgleichung, nichtlineare Korrektion, Unsicherheit der Korrektion, Verwendung von Sensitivitätskoeffizienten.
- J.8 Drucksensor
  Anspruchsvolleres Praxisbeispiel: Ermittlung von Korrektion und Messunsicherheit mittels „gemischtem“ Modell (additives Gesamtmodell mit mathematisch geschlossen darstellbarem Teilmodell) zur direkten Verwendung im praktischen Einsatz; Einfluss von nicht durchgeführten Korrektionen und des Einsatzes außerhalb des kalibrierten Temperaturbereiches.

Ziel ist, die Ermittlung (Berechnung) von Messunsicherheiten anhand konkreter Daten (Zahlen) klar verständlich und nachvollziehbar darzustellen. In den Beispielen wird deshalb auf alle Angaben verzichtet, die zur Ermittlung der Messunsicherheit nicht unbedingt erforderlich sind. Es wird jedoch ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die vollständige Dokumentation einer Messunsicherheitsstudie zusätzlich mindestens folgende Angaben enthalten muss:

- eindeutige Identifikation der Messeinrichtung (z. B. Standort, Abteilung, Bezeichnung der Messeinrichtung, Inventarnummer, Seriennummer);
- zu Beginn und Ende von Messungen jeweils Datum und Uhrzeit mit Angabe relevanter Umgebungsbedingungen (z. B. Umgebungstemperatur, Luftfeuchtigkeit, Luftdruck, Lichtstärke);
- eindeutige Identifikation des/der Ausführenden (Bedienung, Prüfung, Auswertung) und des/der Verantwortlichen entweder in Form von ID-Codes oder der Namen;
- ggf. besondere Vorkommnisse während der Messung;
- eindeutige Verweise auf mitgeltende Dokumente (z. B. Nummer, Bezeichnung, Version, Datum).

J.1 Markierung mittels Gliedermaßstab (ugs. Zollstock)

Längenabschnitte und Flächenausschnitte sollen markiert werden. Dazu werden handelsübliche Gliedermaßstäbe (ugs. „Zollstock“, vgl. Abbildung 10) mit folgenden Eigenschaften verwendet:

- Gesamtlänge des Maßstabes L_T = 2 m = 2000 mm,
- Länge eines Maßstabelementes L_E = 20 cm = 200 mm,
- Abstand der Teilstrichmarkierungen L_S = 1 mm.

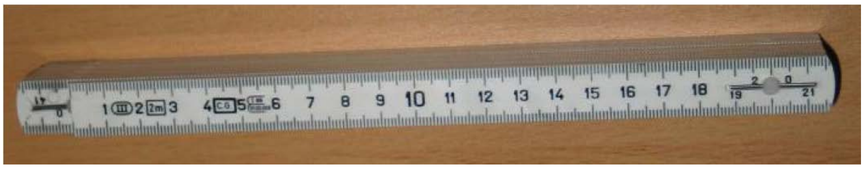


Abbildung 10: Handelsüblicher Gliedermaßstab (Genauigkeitsklasse III, Gesamtlänge 2 m)

Laut Aufdruck entspricht der Maßstab der Genauigkeitsklasse III. Damit berechnet sich die maximal zulässige Messabweichung („Fehlergrenze“) in mm nach der Formel [24]:

$$\delta L_L \leq \delta L_{MAX} = 0{,}6 + 0{,}4 \cdot L^*$$

Für L^* ist der Zahlenwert einzusetzen, der sich durch Aufrunden der zu messenden Länge L_0 auf den nächsten vollen Meter ergibt (z. B. L* = 1 bei L_0 = 0,30 m zu messender Länge, L* = 2 bei L_0 = 1,75 m zu messender Länge).

*ANMERKUNG: Um das grundsätzliche Vorgehen möglichst einfach darzustellen, werden nur solche Unsicherheiten betrachtet, die durch den Maßstab selbst verursacht werden. Weitere Unsicherheiten wie z. B. beim Anlegen an eine vorgegebene Position, beim Markieren der gesuchten Position, bei der Rechtwinklingkeit und der Lage des 4. Eckpunktes beim Markieren von Flächen werden in diesem Beispiel **nicht** berücksichtigt. Zur weiteren Präzisierung müssen entsprechende Eingangsgrößen ermittelt und ergänzt werden.*

J.1.1 Markierung zweier Punkte im Abstand bis zur Länge eines Elementes

Beschreibung der Messung

Zu einem vorgegebenen Punkt soll im Abstand L_0 = 15 cm ein zweiter Punkt markiert werden. Die Markierung erfolgt durch einfaches Anlegen und Abmessen mit Hilfe eines Maßstabelementes.

Eingangsgrößen

- Sollwert der abzumessenden Länge $L_0 = 150\ \text{mm}$

Modell

$L = L_0 + \delta L_L$

mit

L	Ist-Wert der abgemessenen Länge,
L_0	Soll-Wert der abgemessenen Länge (keine Unsicherheit),
δL_L	Abweichung durch begrenzte Genauigkeit der gesamten Maßstabslänge.

[24] Nach *„Richtlinie 2004/22/EG des Europäischen Parlaments und des Rates von 31. März 2004 über Messgeräte“, „Anhang MI-008 Maßverkörperungen“, Tabelle 1*

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen

- Die maximal zulässige Messabweichung kann zu Abweichungen in den Grenzen

  $a_+ = +\delta L_{MAX}$ und $a_- = -\delta L_{MAX}$

  führen, d. h. maximal zur Abweichung

  $$a = \frac{a_+ - a_-}{2} = \frac{\delta L_{MAX} - (-\delta L_{MAX})}{2} = \frac{2 \cdot \delta L_{MAX}}{2} = \delta L_{MAX} = (0{,}6 + 0{,}4 \cdot L^*)\,\text{mm} = (0{,}6 + 0{,}4 \cdot 1)\,\text{mm} = 1{,}0\text{ mm}$$

  Wie oben erläutert, wird L* = 1 eingesetzt, weil die zu messende Länge L_0 = 0,15 m beträgt. Unter Annahme einer Normalverteilung ergibt sich die Standardunsicherheit

  $$u_L = \frac{a}{2} = \frac{1{,}0}{2}\,\text{mm} = 0{,}5\text{ mm}$$

- Weitere Eingangsgrößen werden als insignifikant betrachtet (vgl. Einleitung Kap. J.1, Anmerkung).

Standardunsicherheit der Ergebnisgröße

Da nur eine Eingangsgröße berücksichtigt wird, ist diese zugleich auch die Ausgangsgröße:

$$u_C = u_L = 0{,}5\text{ mm}$$

Erweiterte Messunsicherheit

Die erweiterte Messunsicherheit wird mit k_p = 2 berechnet:

$$U = k_p \cdot u_C = 2 \cdot 0{,}5\text{ mm} = 1{,}0\text{ mm} = 0{,}1\text{ cm}$$

Vollständiges Messergebnis

$$L \pm U = (15{,}0 \pm 0{,}1)\text{ cm}\,.$$

Danach wird eine Markierung im Soll-Abstand L_0 = 15 cm von einem vorgegebenen Punkt mit einem Grad des Vertrauens von 95,45 % (entsprechend k_p = 2) im Bereich zwischen L = 14,9 cm und L = 15,1 cm tatsächlich angebracht.

J.1.2 Markierung zweier Punkte im Abstand mehrerer Längen eines Elementes

Beschreibung der Messung

Zu einem vorgegebenen Punkt soll im Abstand L_0 = 150 cm ein zweiter Punkt markiert werden. Die Markierung erfolgt durch einfaches Anlegen und Abmessen mit Hilfe mehrerer Elemente eines Maßstabes.

Eingangsgrößen

- Sollwert der abzumessenden Länge $L_0 = 1500\text{ mm}$
- Arretiervorrichtung zwischen Elementen des Maßstabes (vgl. Abbildung 12):
  - Abstand Gelenkachse – Mitte des abgeschrägten Randbereiches $s = 12\text{ mm}$
  - Ausdehnung der Abschrägung des Randbereiches $\Delta s = 1\text{ mm}$
- Länge eines Maßstabelementes $L_E = 200\text{ mm}$

Modell

$$L = L_0 + \delta L_L + n_E \cdot \delta L_\varphi$$

mit

L	Ist-Wert der abgemessenen Länge,
L_0	Soll-Wert der abgemessenen Länge (keine Unsicherheit),
δL_L	Abweichung durch begrenzte Genauigkeit der gesamten Maßstabslänge,
n_E	Anzahl erforderlicher Maßstabselemente (Dezimalzahl),
δL_φ	Abweichung durch begrenzte Genauigkeit bei der Ausrichtung zweier Maßstabs-elemente in exakt gerader Linie.

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen

- Die maximal zulässige Messabweichung kann zu Abweichungen in den Grenzen

  $a_+ = +\delta L_{MAX}$ und $a_- = -\delta L_{MAX}$

  führen, d. h. maximal zur Abweichung

  $$a = \frac{a_+ - a_-}{2} = \frac{\delta L_{MAX} - (-\delta L_{MAX})}{2} = \frac{2 \cdot \delta L_{MAX}}{2} = \delta L_{MAX} = (0{,}6 + 0{,}4 \cdot L^*)\ \text{mm} = (0{,}6 + 0{,}4 \cdot 2)\,\text{mm} = 1{,}4\ \text{mm}$$

  Wie oben erläutert, wird $L^* = 2$ eingesetzt, weil die zu messende Länge $L_0 = 1{,}5$ m beträgt. Unter Annahme einer Normalverteilung ergibt sich die Standardunsicherheit

  $$u_L = \frac{a}{2} = \frac{1{,}4}{2}\,\text{mm} = 0{,}7\ \text{mm}$$

- Die Messung erfordert das Anlegen mehrerer Elemente eines Maßstabes. Daher ist ein Winkel φ zwischen den Ausrichtungen der Einzelelemente des Maßstabes zu berücksichtigen, der zu einer Abweichung von der exakten Geradheit des Maßstabes führt und damit zu einer Verkürzung der abgemessenen Länge L gegenüber dem Soll-Wert L_0 (vgl. Abbildung 11):

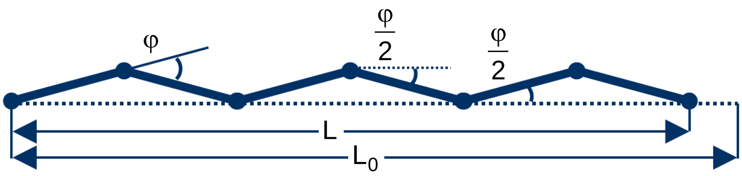
  

  Abbildung 11: Abweichungen des angelegten Maßstabes von exakter Geradheit

  Der Winkel zwischen zwei Elementen wird durch Spiel der Arretierung verursacht, das hauptsächlich durch die abgeschrägte Stufe am Rand der Arretiervorrichtung möglich wird (vgl. Abbildung 12).

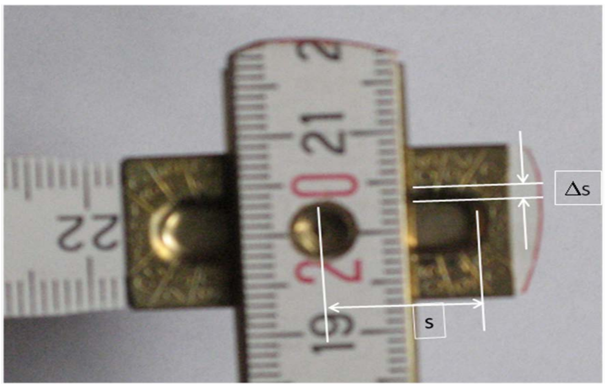
  

  Abbildung 12: Gliedermaßstab, Gelenk und Arretiervorrichtung zwischen Maßstabselementen

Die Abschrägung besitzt eine Ausdehnung von Δs = 1 mm. Bezogen auf den Abstand s = 12 mm zwischen Gelenkachse und Mitte der Abschrägung ergibt sich für den maximalen Winkel φ

$$\tan\varphi = \frac{\Delta s}{s} = \frac{1\,\text{mm}}{12\,\text{mm}} \approx 0{,}083333 \qquad \text{oder} \qquad \varphi = \arctan\left(\frac{\Delta s}{s}\right) \approx \arctan\left(\frac{1\,\text{mm}}{12\,\text{mm}}\right) \approx 0{,}083141$$

oder umgerechnet vom Bogenmaß in Winkelmaß $\varphi \approx 4{,}764°$.

ANMERKUNG: Umrechnung durch Multiplizieren mit 360° / (2π) ≈ 57,296°.

Bezüglich der ideal geraden Linie zwischen Anfangs- und Endpunkt der abzumessenden Länge streuen die Abweichungen $\delta\varphi$ im Bereich

$$-\frac{\varphi}{2} \le \delta\varphi \le +\frac{\varphi}{2}$$

und können *pro Maßstabselement* eine Verkürzung der abgemessenen Länge gegenüber dem Soll-Wert L_E bis maximal

$$\delta L_\varphi = L_E - L_E \cdot \cos\frac{\varphi}{2} = \left(1 - \cos\frac{\varphi}{2}\right) \cdot L_E$$

verursachen (vgl. Abbildung 13).

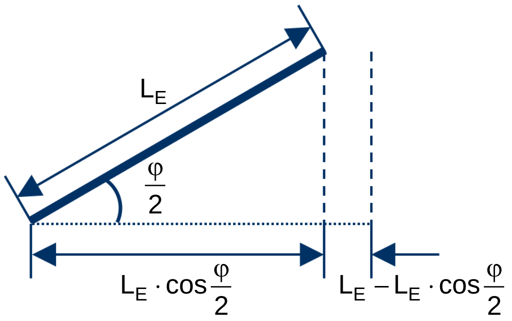


Abbildung 13: Abweichung der Längenmessung durch Winkelabweichung

Für kleine Winkel gilt die Näherung $\cos\frac{\varphi}{2} \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\varphi}{2}\right)^2$, so dass

$$\delta L_\varphi \approx \frac{\varphi^2}{8} \cdot L_E$$

Diese Unsicherheit der Ausrichtung kann *pro Maßstabselement* zu einer Abweichung der markierten Ist-Länge in den Grenzen

$$a_+ = +\delta L_\varphi \qquad \text{und} \qquad a_- = -\delta L_\varphi$$

führen, d. h. maximal zur Abweichung

$$a = \frac{a_+ - a_-}{2} = \frac{\delta L_\varphi - \left(-\delta L_\varphi\right)}{2} = \frac{2 \cdot \delta L_\varphi}{2} = \delta L_\varphi \approx \frac{\varphi^2}{8} \cdot L_E = \frac{0{,}083141^2}{8} \cdot 200\ \text{mm} \approx 0{,}173\ \text{mm}$$

Für die abzumessende Gesamtlänge $L_0 = 150\ \text{cm}$ sind

$$n_E = L_0 / L_E = 150\ \text{cm} / 20\ \text{cm} = 7{,}5$$

Maßstabselemente erforderlich, d. h. 7 vollständige Elemente und die Hälfte des 8. Elementes. Unter Annahme einer Dreiecksverteilung als Näherung für eine begrenzte, d. h. abgeschnittene Normalverteilung (Grenzwertüberschreitung aus mechanischen Gründen ausgeschlossen) ergibt sich aufgrund der Winkelabweichungen über die gesamte zu messende Länge die Standard-unsicherheit

$$u_\varphi = n_E \cdot \frac{a}{\sqrt{6}} = 7{,}5 \cdot \frac{0{,}173\,\text{mm}}{2{,}449} \approx 0{,}529\ \text{mm}$$

- Weitere Eingangsgrößen werden als insignifikant betrachtet (vgl. Einleitung Kap. J.1, Anmerkung).

Standardunsicherheit der Ergebnisgröße

$$u_C = \sqrt{u_L^2 + u_\varphi^2} \approx \sqrt{0{,}7^2\ \text{mm}^2 + 0{,}529^2\ \text{mm}^2} \approx \sqrt{0{,}49 + 0{,}279973}\ \text{mm} = \sqrt{0{,}769973}\ \text{mm} \approx 0{,}877\ \text{mm}$$

Erweiterte Messunsicherheit

Die erweiterte Messunsicherheit wird mit k_p = 2 berechnet:

$$U = k_p \cdot u_C = 2 \cdot 0{,}877\ \text{mm} = 1{,}754\ \text{mm} \approx 0{,}18\ \text{cm}$$

Vollständiges Messergebnis

$$L \pm U = (150{,}00 \pm 0{,}18)\ \text{cm}$$

Danach wird eine Markierung im Soll-Abstand L_0 = 150 cm von einem vorgegebenen Punkt mit einem Grad des Vertrauens von 95,45 % (entsprechend k_p = 2) im Bereich zwischen L = 149,82 cm und L = 150,18 cm tatsächlich angebracht.

J.1.3 Markierung eines Flächenausschnitts mit zwei Maßstäben

Beschreibung der Messung

Ein rechteckiger Flächenausschnitt mit den Kantenlängen L_{0x} = 15 cm und L_{0y} = 150 cm soll markiert werden. Die Markierung erfolgt mit Hilfe von zwei **verschiedenen** Maßstäben durch Anlegen und Abmessen. Ein Maßstab wird für die x-Richtung verwendet, der andere Maßstab für die y-Richtung.

Eingangsgrößen

- Kurze Seite (Kantenlänge $L_{0x} = 15\ \text{cm}$): siehe Kap. J.1.1
- Lange Seite (Kantenlänge $L_{0y} = 150\ \text{cm}$): siehe Kap. J.1.2

Modell

$$A = L_x \cdot L_y = (L_{0x} + \delta L_x) \cdot (L_{0y} + \delta L_y + n_E \cdot \delta L_\varphi) \qquad \text{(J.1)}$$

mit

A	Ist-Wert der markierten Fläche,
L_x, L_y	Ist-Werte der abgemessenen Längen in x- bzw. y-Richtung,
L_{0x}, L_{0y}	Soll-Werte der abgemessenen Längen in x- bzw. y-Richtung (richtige Werte, keine Unsicherheit),
$\delta L_x, \delta L_y$	Abweichungen in x- bzw. y-Richtung durch begrenzte Genauigkeit der gesamten Maßstabslänge,
n_E	Anzahl erforderlicher Maßstabselemente (Dezimalzahl),
δL_φ	Abweichung durch begrenzte Genauigkeit bei der Ausrichtung zweier Maßstabselemente in exakt gerader Linie.

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen

- Die abzumessende Kantenlänge in x-Richtung beträgt L_{0x} = 0,15 m. Daher gilt für die x-Richtung die in Kap. J.1.1 ermittelte Standardunsicherheit:
  $u_x = u_C = 0{,}5\ \text{mm}$
- Die abzumessende Kantenlänge in y-Richtung beträgt L_{0y} = 1,50 m. Daher gilt für die y-Richtung die in Kap. J.1.2 ermittelte Standardunsicherheit:
  $u_y = u_C = 0{,}877\ \text{mm}$
- Weitere Eingangsgrößen werden als insignifikant betrachtet (vgl. Einleitung Kap. J.1, Anmerkung).

Standardunsicherheit der Ergebnisgröße

Bei multiplikativen Modellen wie Gl. (J.1) lässt sich die kombinierte Standardunsicherheit der Ergebnisgröße aus folgender Beziehung ermitteln (vgl. Kap. 4.5):

$$\frac{u_C}{A} = \sqrt{\left(\frac{u_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{u_y}{L_y}\right)^2} \approx \sqrt{\left(\frac{0{,}5\ \text{mm}}{150\ \text{mm}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}877\ \text{mm}}{1500\ \text{mm}}\right)^2} \approx 0{,}003384$$

Die Standardunsicherheit u_C der Fläche

$A = L_x \cdot L_y = 150\ \text{mm} \cdot 1500\ \text{mm} = 225000\ \text{mm}^2 = 2250\ \text{cm}^2$

beträgt damit

$u_C = 0{,}003384 \cdot 225000\ \text{mm}^2 = 761{,}4\ \text{mm}^2 \approx 7{,}6\ \text{cm}^2$

Erweiterte Messunsicherheit

Die erweiterte Messunsicherheit wird mit k_p = 2 berechnet:

$U = k_p \cdot u_C = 2 \cdot 761{,}4\ \text{mm}^2 = 1522{,}8\ \text{mm}^2 \approx 15{,}2\ \text{cm}^2$

Vollständiges Messergebnis

$A \pm U = (2250{,}0 \pm 15{,}2)\ \text{cm}^2$

Danach wird bei Markierung einer rechteckigen Fläche mit Soll-Größe A = 2250 cm^2 die tatsächliche Größe der markierten Fläche mit einem Grad des Vertrauens von 95,45 % (entsprechend k_p = 2) im Bereich zwischen A = 2234,8 cm^2 und A = 2265,2 cm^2 liegen (d. h. etwa 0,68 % Unsicherheit bezogen auf die Soll-Größe).

J.1.4 Markierung eines Flächenausschnitts mit einem Maßstab

Beschreibung der Messung

Es besteht genau dieselbe Aufgabe wie in Kap. J.1.3: Ein rechteckiger Flächenausschnitt mit den Kantenlängen L_x = 15 cm und L_y = 150 cm soll markiert werden. Im Unterschied zu Kap. J.1.3 wird jetzt jedoch **derselbe** Maßstab für die x- und y-Richtung verwendet.

Eingangsgrößen

Siehe Kap. J.1.3

Modell

Siehe Kap. J.1.3

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen

Siehe Kap. J.1.3

Zusätzlich wird der in Kap. J.1.2 ermittelte winkelunabhängige Unsicherheitsbeitrag benötigt:

$$u_{Ly} = u_L = 0{,}7\ \text{mm}$$

Standardunsicherheit der Ergebnisgröße

Da die Messungen in x- und y-Richtung mit **demselben** Maßstab durchgeführt werden, d. h. beide Messergebnisse können durch den Maßstab in gleicher Weise beeinflusst sein, ist ein Korrelationsterm zu berücksichtigen. Dabei ist zu beachten, dass nur die Längenunsicherheiten in x- und y-Richtung in die Korrelation einzubeziehen sind, nicht aber die Winkelunsicherheit, da in x-Richtung (kurze Seite) keine Unsicherheit durch Winkelabweichungen zwischen Maßstabselementen auftreten kann. Entsprechend gilt die Grundgleichung aus Kap. J.1.3 erweitert um einen Korrelationsterm (3. Summand unter der Wurzel):

$$\frac{u_C}{A} = \sqrt{\left(\frac{u_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{u_y}{L_y}\right)^2 + 2\cdot\left(\frac{u_x}{L_x}\right)\cdot\left(\frac{u_{Ly}}{L_y}\right)}$$

$$\approx \sqrt{\left(\frac{0{,}5\ \text{mm}}{150\ \text{mm}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}877\ \text{mm}}{1500\ \text{mm}}\right)^2 + 2\cdot\left(\frac{0{,}5\ \text{mm}}{150\ \text{mm}}\right)\cdot\left(\frac{0{,}7\ \text{mm}}{1500\ \text{mm}}\right)} \approx 0{,}003816$$

Die Standardunsicherheit u_C der Fläche

$$A = L_x \cdot L_y = 150\ \text{mm} \cdot 1500\ \text{mm} = 225000\ \text{mm}^2 = 2250\ \text{cm}^2$$

beträgt damit

$$u_C = 0{,}003816 \cdot 225000\ \text{mm}^2 = 858{,}6\ \text{mm}^2 \approx 8{,}6\ \text{cm}^2$$

Erweiterte Messunsicherheit

Die erweiterte Messunsicherheit wird mit $k_p = 2$ berechnet:

$$U = k_p \cdot u_C = 2 \cdot 858{,}6\ \text{mm}^2 = 1717{,}2\ \text{mm}^2 \approx 17{,}2\ \text{cm}^2$$

Vollständiges Messergebnis

$$A \pm U = (2250{,}0 \pm 17{,}2)\ \text{cm}^2$$

Danach wird bei Markierung einer rechteckigen Fläche mit Soll-Größe A = 2250 cm^2 die tatsächliche Größe der markierten Fläche mit einem Grad des Vertrauens von 95,45 % (entsprechend $k_p = 2$) im Bereich zwischen A = 2232,8 cm^2 und A = 2267,2 cm^2 liegen (d. h. etwa 0,76 % Unsicherheit bezogen auf die Soll-Größe).

J.2 Bewertung der Eignung einer Messuhr

Beschreibung der Messung

Eine Messuhr soll für den speziellen Einsatzfall kalibriert werden, ein Produktmerkmal auf Einhaltung der Spezifikation (8,0 ± 0,1) mm zu prüfen (T = 200 µm).

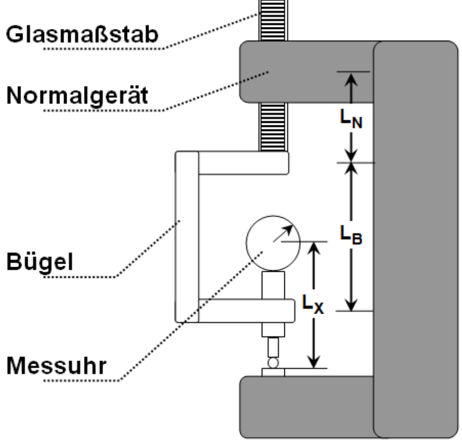


Abbildung 14: Kalibrierung einer Messuhr

ANMERKUNG: Mit Hilfe des Bügels wird die Messuhr an das Normalgerät „adaptiert" und damit die Kalibrierung ermöglicht.

Eingangsgrößen

- **Angaben zum Normal**

  Herstellerangabe zur Messunsicherheit $U_{CAL} = 0{,}4\,\mu m + 0{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot L_I$

  L_I – angezeigte Länge in µm, k_p = 2, Temperaturbereich (20 ± 0,5) °C

  Ziffernschritt der Anzeige $\Delta L_I = 0{,}1\,\mu m$

- **Angaben zum Messobjekt** Messuhr nach ISO 463

  Skalenteilungswert *(engl. **s**cale **i**nterval)* $SI = 0{,}01\,mm$

  Unsicherheit der Schätzung der Zeigerposition auf der Skala $\Delta SI = 0{,}1 \cdot SI$

  Länge des Messbolzens $L_X = 100\ mm$

  Linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient des Messbolzens $\alpha_X = (8{,}5 \pm 1{,}5) \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$

- **Angaben zum Verfahren**

  Abweichung der Temperatur von $\vartheta_0 = 20\,°C$ während der Messung $\Delta\vartheta = 1\,K$

  Länge des Bügels $L_B = 200\ mm$

  Linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient des Bügels $\alpha_B = (10{,}5 \pm 1{,}5) \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$

  Wirksame Länge des Glasmaßstabes des Normalgerätes $L_N = 70\ mm$

  Linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient des Glasmaßstabes $\alpha_N = (11{,}5 \pm 1{,}5) \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$

ANMERKUNG: Es wird angenommen, dass sich die massiven Teile des Normalgerätes während der kurzen Zeitspanne der Messung durch Temperaturschwankungen im Bereich $\pm\Delta\vartheta$ nicht verändern.

Modell

$$y = \underbrace{y' + K}_{= y_0} + \delta x_{CAL} + \delta x_O + \delta x_N + \delta x_X + \delta x_B$$

mit

y	Anzeigewert der Messuhr,
y'	Unkorrigierter Anzeigewert der Messuhr,
K	Korrektion,
y_0	Anzeigewert des Normalgerätes (richtiger Wert, keine Unsicherheit),
δx_{CAL}	Abweichung durch begrenzte Genauigkeit der Kalibrierung des Normalgerätes,
δx_O	Abweichung durch begrenzt genaue Ablesbarkeit der Skala,
δx_N	Abweichung durch Temperatureinfluss auf das Normalgerät,
δx_X	Abweichung durch Temperatureinfluss auf das Messobjekt,
δx_B	Abweichung durch Temperatureinfluss auf den Bügel.

Für alle genannten Abweichungen gilt $-\Delta x \le \delta x \le \Delta x$. Dabei bezeichnet δx die schwankende momentane Abweichung (Erwartungswert $\delta x = 0$), Δx die zugehörige maximale Abweichung.

Messergebnisse

Messweg zwischen Zeigerstellung 0 mm (Anfangsposition) und 8 mm (Endposition):
Bei Zeigerstellung $y' = 8{,}00\ \text{mm}$ der Messuhr zeigt das Normalgerät den Messweg $y_0 = 8{,}022\ \text{mm}$ an.

Korrektion

Die Abweichung der Messuhranzeige y' vom richtigen Wert y_0 des Normals beträgt $-22\ \mu\text{m}$, d. h.

$$K = y_0 - y' = 8{,}022\ \text{mm} - 8{,}00\ \text{mm} = 0{,}022\ \text{mm} = 22\ \mu\text{m}$$

ANMERKUNG: Diese Korrektion gilt ***ausschließlich*** *für die Messuhranzeige y' = 8 mm. Zur Kalibrierung des gesamten Messbereichs der Messuhr sind Messungen bei verschiedenen, über den Messbereich verteilten Anzeigewerten (Kalibrierpunkten) und Auswertung nach Anhang F erforderlich. Dies führt häufig zu Korrektionen, die vom jeweiligen Messweg abhängig sind, und zusätzlichen Unsicherheiten.*

In der Praxis sind Korrektionen bei derartigen Messuhren nicht üblich, so dass die systematische Abweichung in der Messunsicherheitsbilanz als Unsicherheitsbeitrag zu berücksichtigen ist (vgl. Anhang F.3).

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen

- **Normal**: Standardunsicherheit bei Messweg $L_I = y_0 = 8{,}022\ \text{mm}$ und Annahme einer Normalverteilung

  $$u_{CAL} = \frac{U_{CAL}}{k_p} = \frac{0{,}4\ \mu\text{m} + 0{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 8022\ \mu\text{m}}{2} = \frac{0{,}4\ \mu\text{m} + 0{,}0048\ \mu\text{m}}{2} = 0{,}2024\ \mu\text{m} \approx 0{,}203\ \mu\text{m}$$

  Die Standardunsicherheit des Ziffernschritts ist in der Unsicherheitsangabe enthalten.

- **Messobjekt**: Standardunsicherheit infolge der Unsicherheit der Skalenablesung

  Oberer und unterer Grenzwert der Abweichung des Ablesewertes von der Zeigerposition:

  $$a_+ = +\Delta SI = +0{,}1 \cdot SI = +0{,}1 \cdot 0{,}01\ \text{mm} = +1{,}0\ \mu\text{m}$$
  $$a_- = -\Delta SI = -0{,}1 \cdot SI = -0{,}1 \cdot 0{,}01\ \text{mm} = -1{,}0\ \mu\text{m}$$

  Standardunsicherheit bei Annahme einer Rechteckverteilung:

  $$u_O = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a_+ - a_-}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1{,}0\ \mu\text{m}}{\sqrt{3}} \approx 0{,}5774\ \mu\text{m} \approx 0{,}578\ \mu\text{m}$$

- **Verfahren:** Standardunsicherheit der (wirksamen) Glasmaßstabslänge L_N des **Normalgerätes** infolge Abweichung der Umgebungstemperatur von der Referenztemperatur $\vartheta_0 = 20\ °C$

  Oberer und unterer Grenzwert der Abweichung von L_N:

  $a_+ = \alpha_N \cdot L_N \cdot (+\Delta\vartheta) = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ K^{-1} \cdot 70\ mm \cdot (+1K) = 0{,}000805\ mm = 0{,}805\ \mu m$

  $a_- = \alpha_N \cdot L_N \cdot (-\Delta\vartheta) = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ K^{-1} \cdot 70\ mm \cdot (-1K) = -0{,}000805\ mm = -0{,}805\ \mu m$

  Standardunsicherheit bei Annahme einer Rechteckverteilung:

  $$u_N = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a_+ - a_-}{2}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}805\ \mu m}{\sqrt{3}} \approx 0{,}465\ \mu m$$

- **Verfahren:** Standardunsicherheit der **Messbolzenlänge** L_X des Messgerätes infolge Abweichung der Umgebungstemperatur von der Referenztemperatur $\vartheta_0 = 20\ °C$

  Oberer und unterer Grenzwert der Abweichung von L_X:

  $a_+ = \alpha_X \cdot L_X \cdot (+\Delta\vartheta) = 8{,}5 \cdot 10^{-6}\ K^{-1} \cdot 100\ mm \cdot (+1K) = 0{,}00085\ mm = 0{,}85\ \mu m$

  $a_- = \alpha_X \cdot L_X \cdot (-\Delta\vartheta) = 8{,}5 \cdot 10^{-6}\ K^{-1} \cdot 100\ mm \cdot (-1K) = -0{,}00085\ mm = -0{,}85\ \mu m$

  Standardunsicherheit bei Annahme einer Rechteckverteilung:

  $$u_X = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a_+ - a_-}{2}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}85\ \mu m}{\sqrt{3}} \approx 0{,}491\ \mu m$$

- **Verfahren:** Standardunsicherheit der **Bügellänge** L_B infolge Abweichung der Umgebungstemperatur von der Referenztemperatur $\vartheta_0 = 20\ °C$

  Oberer und unterer Grenzwert der Abweichung von L_B:

  $a_+ = \alpha_B \cdot L_B \cdot (+\Delta\vartheta) = 10{,}5 \cdot 10^{-6}\ K^{-1} \cdot 200\ mm \cdot (+1K) = 0{,}00210\ mm = 2{,}10\ \mu m$

  $a_- = \alpha_B \cdot L_B \cdot (-\Delta\vartheta) = 10{,}5 \cdot 10^{-6}\ K^{-1} \cdot 200\ mm \cdot (-1K) = -0{,}00210\ mm = -2{,}10\ \mu m$

  Standardunsicherheit bei Annahme einer Rechteckverteilung:

  $$u_B = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a_+ - a_-}{2}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2{,}10\ \mu m}{\sqrt{3}} \approx 1{,}2124\ \mu m \approx 1{,}213\ \mu m$$

<u>Standardunsicherheit der Ergebnisgröße</u>

$$u_C = \sqrt{u_{CAL}^2 + u_O^2 + u_N^2 + u_X^2 + u_B^2 + K^2}$$
$$= \sqrt{(0{,}203^2 + 0{,}578^2 + 0{,}465^2 + 0{,}491^2 + 1{,}213^2 + 22^2)\mu m^2} \approx \sqrt{486{,}304}\ \mu m \approx 22{,}053\ \mu m$$

<u>Erweiterte Messunsicherheit</u>

Mit dem Erweiterungsfaktor $k_p = 2$ ergibt sich die erweiterte Messunsicherheit der Kalibrierung

$U = k_p \cdot u_C \approx 2 \cdot 22{,}053\ \mu m = 44{,}106\ \mu m \approx 44{,}2\ \mu m$

<u>Vollständiges Messergebnis</u>

$y = y' \pm U = (8000 \pm 44{,}2)\mu m = 8{,}0\ mm \pm 44{,}2\ \mu m$

Danach ist der richtige Wert des Messergebnisses mit einem Grad des Vertrauens von 95,45 % zwischen 7,955 mm und 8,045 mm zu erwarten. Dies gilt ausschließlich für den Messpunkt 8 mm.

Fazit: $U/T = 44{,}2\ \mu m/200\ \mu m > 0{,}22$ (22 %) verletzt die „Goldene Regel der Messtechnik", nach der U/T vorzugsweise unter 10 % liegen soll, keinesfalls aber über 20 %. Damit ist der Einsatz dieser Messuhr für die vorgesehene Aufgabe nicht sinnvoll (siehe Kap. 2.2, Anmerkung 1).

ANMERKUNG: Durch Korrektion der Anzeigewerte ließe sich die Unsicherheit auf U < 3,1 µm reduzieren, so dass U/T < 0,02 (2 %).

2020-04-06 - SOCOS

Informationen über Eingangsgrößen							Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen				Beiträge zur Messunsicherheit der Ergebnisgröße				
Lfd. Nr	Benennung	Variable	Maßeinheit	Wert der Variablen	Wert der Unsicherheitsangabe	Bemerkungen (z.B. Quellen, Erläuterungen, Verweise, Verknüpfungen zu Dokumenten)	Ermittlungsmethode	Anzahl Messwerte *(Methode A)* oder k_p (≥1), V-Niveau (%), Verteilung *(Methode B)*	Zahlenfaktor zur Berechnung der Standardunsicherheit	Standardunsicherheit	Sensitivitätskoeffizient	Beitrag zur Unsicherheit	Beitrag zur Unsicherheit (quadriert)	Anteil an MU-Bilanz $\frac{(c_i \cdot u(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n}(c_i \cdot u(x_i))^2}$	Rang (Ordnung nach Pareto)
i				x_i	Δx_i		A B	m_i k_p, %, Name	1 oder $\sqrt{m_i}$ k_p	$u(x_i) = \Delta x_i / k_p$	c_i	$c_i * u(x_i)$	$(c_i * u(x_i))^2$	[%]	
1	Normal: Kalibrierung	δx_{CAL}	µm	0	0,405	Berechnung siehe Text	B	Normal (95%)	2,000	0,203	1	0,203	0,041209	0,0%	6
2	Messobjekt: Skalenablesung	δx_O	µm	0	1,000	Berechnung siehe Text	B	Rechteck	1,732	0,578	1	0,578	0,334084	0,0687%	3
3	Verfahren: Glasmaßstabslänge	δx_N	µm	0	0,805	Berechnung siehe Text	B	Rechteck	1,732	0,465	1	0,465	0,216225	0,0%	5
4	Verfahren: Messbolzenlänge	δx_x	µm	0	0,850	Berechnung siehe Text	B	Rechteck	1,732	0,491	1	0,491	0,241081	0,0496%	4
5	Verfahren: Bügellänge	δx_B	µm	0	2,100	Berechnung siehe Text	B	Rechteck	1,732	1,213	1	1,213	1,471369	0,3026%	2
6	Systematische Messabweichung	$y' - y_0$	µm	-22	22,000	Basis: 1 Messwert *(d.h. keine statistische Auswertung möglich)*	B	1	1,000	22,000	1	22,000	484,000000	99,5%	1
7															
8															
9															
10															
11															
Modellgleichung:							**Gesamtergebnis:**					**u_c^2 =**	486,304	100,000%	
												u_c =	22,053		
												k_p =	2,000		
												U =	**44,106**		

$$y = \underbrace{y' + K}_{= y_0} + \delta x_{CAL} + \delta x_O + \delta x_N + \delta x_X + \delta x_B$$

Erwartungswerte: $\delta x = 0$ Abweichungen: $-\Delta x \le \delta x \le \Delta x$

Tabelle 8: Unsicherheitsbilanz zum Beispiel „Messuhr“

J.3 Messung eines Bolzendurchmessers

Das Beispiel zeigt die grundsätzliche Vorgehensweise zur Ermittlung der Unsicherheit eines Messergebnisses nach [GUM] einschließlich Korrektion, Unsicherheit der Korrektion und Erweiterungsfaktor k_p für die erweiterte Messunsicherheit der Ausgangsgröße mit Hilfe der Freiheitsgrade. Dabei bleiben einige weniger signifikante Unsicherheiten von vornherein unberücksichtigt (z. B. Unsicherheiten der thermischen Ausdehnungskoeffizienten). Anhand der Auswertung lassen sich Eingangsgrößen mit starkem und weniger starkem Einfluss auf die Messunsicherheit unterscheiden.

ANMERKUNG 1: In der betrieblichen Praxis ist es üblich, Eingangsgrößen zu vernachlässigen, die (nach eingehender Prüfung) als weniger oder nicht signifikant eingestuft werden.

ANMERKUNG 2: Rundungen werden konform zu den Vorgaben nach Kap. 4.7.2 durchgeführt. Sofern auf Rundungen von Zwischenergebnissen weitgehend verzichtet wird, können sich geringere Beträge für die Messunsicherheit der Ergebnisgröße (Durchmesser) ergeben.

Beschreibung der Messung

Der Durchmesser eines Bolzens wird mittels Komparator gemessen, indem das Messobjekt zwischen zwei planparallelen Messflächen eingelegt wird:

- Zweipunktmessung zwischen Planflächen, schwimmend gelagert,
- Messungen an m = 8 verschiedenen Stellen des Umfangs,
- Temperaturen von Messobjekt und Glasmaßstab werden gemessen.

Vor der Messung wird ein Nullabgleich durchgeführt.

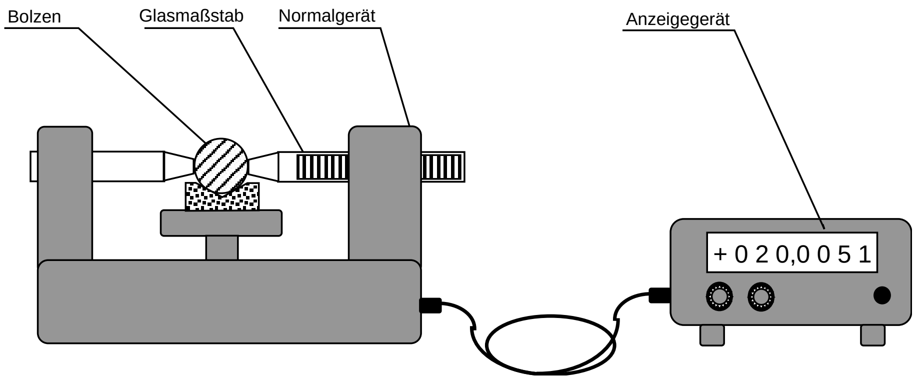


Abbildung 15: Messaufbau zur Messung eines Durchmessers

Eingangsgrößen

- Normalgerät:

  Herstellerangabe der Messunsicherheit: $U_N = 0{,}3\,\mu m + 1 \cdot 10^{-6} \cdot L_I$
  L_I – angezeigte Länge in µm, k_p = 2, Temperaturbereich (20 ± 0,5) °C

  Thermischer Ausdehnungskoeffizient (Glasmaßstab): $\alpha_N = 8 \cdot 10^{-6} \cdot K^{-1}$

  Ziffernschritt der Anzeige: $\Delta L_I = 0{,}1\,\mu m$

- Messobjekt:

  Nenndurchmesser des Bolzens (bei $\vartheta_0 = 20\ °C$): $L_O = 20\ mm = 20000\ \mu m$

  Thermischer Ausdehnungskoeffizient (Aluminium): $\alpha_O = 24 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$

- Messverfahren:

  Anzahl (verschiedener) Messpunkte: $m = 8$

  Unsicherheit der Ausrichtung des Messobjekts: $U_A = 0{,}15\ \mu m$
  $k_p = 2$; U_A bekannt aus m = 25 früheren Messungen unter gleichen Voraussetzungen

  Unsicherheit der Antastung durch Abweichung der Antastflächen von der Planparallelität: $U_P = 0{,}15\ \mu m$
  $k_p = 2$; U_P bekannt aus früheren Messungen unter gleichen Voraussetzungen mit einem Normal

  Temperatur des Glasmaßstabs während der Messung: $\vartheta_N = 23{,}5\ °C$

  Temperatur des Messobjekts während der Messung: $\vartheta_O = 25{,}0\ °C$

  Unsicherheit des Thermometers: $U_\vartheta = 0{,}5\ K$
  Thermometer mit 0,1 K Auflösung

Modell

$$y = \underbrace{y' + K}_{= y_0} + \delta x_N + \delta x_R + \delta x_A + \delta x_P + \delta K$$

mit

y	Anzeigewert für den Durchmesser,
y'	Unkorrigierter Anzeigewert,
K	Korrektion,
y_0	Korrigierter Anzeigewert (richtiger Wert, keine Unsicherheit),
δx_N	Abweichung durch begrenzte Genauigkeit der Kalibrierung des Normalgerätes,
δx_R	Abweichung durch Streuung bei Wiederholmessungen,
δx_A	Abweichung durch ungenaue Ausrichtung des Messobjektes,
δx_P	Abweichung durch nicht exakt planparallele Messflächen,
δK	Abweichung durch ungenaue Korrektur der systematischen Messabweichung infolge begrenzt genauer Temperaturmessung.

Für alle genannten Abweichungen gilt $-\Delta x \le \delta x \le \Delta x$. Dabei bezeichnet δx die schwankende momentane Abweichung (Erwartungswert $\delta x = 0$), Δx die zugehörige maximale Abweichung.

Messergebnisse

Messung Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
∅ in mm	20,0052	20,0045	20,0055	20,0047	20,0051	20,0046	20,0053	20,0051

Mittelwert: $\bar{x} = 20{,}0050\ mm$
Standardabweichung: $s = 0{,}00036\ mm = 0{,}36\ \mu m$
Der Mittelwert wird als unkorrigiertes Messergebnis betrachtet: $y' = \bar{x}$

Korrektion

Bei Arbeitstemperaturen, die von der Referenztemperatur 20 °C abweichen, können durch unterschiedliche Längenänderungen von Messsystemkomponenten und Messobjekt systematische Abweichungen auftreten. Im vorliegenden Fall wird angenommen, dass sich die jeweils relevanten Längenänderungen des Glasmaßstabes und der massiven Teile des Normalgerätes bis auf insignifikante Anteile gegeneinander aufheben, so dass nur das Messobjekt zu betrachten ist.

> *ANMERKUNG: Diese Annahme ist bei stärker abweichenden Arbeitstemperaturen möglicherweise nicht mehr gerechtfertigt. In diesem Fall sind auch Temperatureinflüsse auf das Normalgerät zu berücksichtigen. Die Ermittlung der Korrektion wird damit aufwändiger.*

Wärmedehnung Messobjekt:

$$\Delta L_O = \alpha_O \cdot (\vartheta_O - 20\,°C) \cdot L_O = 24 \cdot 10^{-6}\,K^{-1} \cdot (25 - 20)\,K \cdot 20000\,\mu m = 2{,}4\,\mu m$$

Korrektion des Bolzendurchmessers:

$$K = -\Delta L_O = -2{,}4\,\mu m = -0{,}0024\,mm$$

Korrigiertes Messergebnis nach Anhang F:

$$y_0 = y' + K = 20{,}0050\,mm + (-0{,}0024\,mm) = 20{,}0026\,mm$$

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen

- **Normalgerät**: Die Standardunsicherheit für einen Messweg von $L_N = 20\,mm$ wird mit Hilfe der vom Hersteller angegebenen Berechnungsvorschrift für die Messunsicherheit ermittelt:

  $$U_N = 0{,}3\,\mu m + 1 \cdot 10^{-6} \cdot L_N = 0{,}3\,\mu m + 1 \cdot 10^{-6} \cdot 20000\,\mu m = (0{,}3 + 0{,}02)\,\mu m = 0{,}32\,\mu m$$

  Für die Messunsicherheitsangabe wird eine Normalverteilung mit einem Grad des Vertrauens von 95,45 % angenommen, d. h. k_p = 2. Standardunsicherheit mit k_p = 2:

  $$u_N = \frac{U_N}{2} = \frac{0{,}32\,\mu m}{2} = 0{,}16\,\mu m$$

  Freiheitsgrade nach Kap. 4.4.2.1:

  $$\nu_N \to \infty$$

- **Normalgerät**: Die Standardunsicherheit durch den Ziffernschritt der Anzeige ist in der Messunsicherheitsangabe des Herstellers und in der Streuung der Messreihe enthalten.

- **Messobjekt**: Das Messobjekt liefert keinen Beitrag zur Unsicherheitsbilanz, da die Messungen an acht verschiedenen Stellen am Messobjekt durchgeführt werden und der Einfluss von Formabweichungen deshalb zu einem großen Teil in den Messwerten der Wiederholmessungen enthalten ist.

- **Verfahren**: Standardunsicherheit infolge Wiederholmessungen am Messobjekt

  Die Messergebnisse der Wiederholmessungen werden als normalverteilt angesehen. Standardunsicherheit nach Kap. 4.4.1.1:

  $$u_R = \frac{s}{\sqrt{m}} = \frac{0{,}36\,\mu m}{\sqrt{8}} \approx 0{,}13\,\mu m$$

  Freiheitsgrade nach Anhang D.3.1:

  $$\nu_R = m - 1 = 8 - 1 = 7$$

- **Verfahren**: Standardunsicherheit infolge ungenauer Ausrichtung des Messobjekts

  Für die Unsicherheit des Ausrichtens liegt aus früheren Messungen der Erfahrungswert $U_A = 0{,}15\,\mu m$ bei einem Grad des Vertrauens von 95,45 % vor. Diese Unsicherheit wurde anhand von m = 25 Wiederholmessungen ermittelt.

Freiheitsgrade nach Anhang D.3.1:
$\nu_A = m - 1 = 25 - 1 = 24$

Nach Anhang D.1 ergibt sich bei ν = 24 Freiheitsgraden und einem Grad des Vertrauens von 95,45 % der Erweiterungsfaktor $k_p \approx 2$. Standardunsicherheit nach Kap. 4.4.2.1:

$$u_A = \frac{U_A}{k_p} = \frac{0{,}15\ \mu m}{2} \approx 0{,}08\ \mu m$$

- **Verfahren**: Standardunsicherheit infolge nicht genau planparalleler Messflächen

  Für die Antastunsicherheit durch nicht planparallele Messflächen liegt der Erfahrungswert $U_P = 0{,}15\ \mu m$ bei einem Grad des Vertrauens von 95,45 % vor. Standardunsicherheit nach Kap. 4.4.2.1:

  $$u_P = \frac{U_P}{k_p} = \frac{0{,}15\ \mu m}{2} \approx 0{,}08\ \mu m$$

  Freiheitsgrade nach Kap. 4.4.2.1:
  $\nu_P \to \infty$

- **Verfahren**: Standardunsicherheit der Korrektion infolge Unsicherheit der Temperaturmessung

  Aufgrund der Unsicherheit $U_\vartheta = 0{,}5\ K$ des Thermometers ergeben sich folgende Grenzwerte [25]:

  $$L_O^{(+)} = L_O + \alpha_O \cdot (\vartheta_O + U_\vartheta - 20\ °C) \cdot L_O = 24 \cdot 10^{-6}\ K^{-1} \cdot (25 + 0{,}5 - 20)\ K \cdot 20000\ \mu m \approx 2{,}64\ \mu m$$
  $$L_O^{(-)} = L_O + \alpha_O \cdot (\vartheta_O - U_\vartheta - 20\ °C) \cdot L_O = 24 \cdot 10^{-6}\ K^{-1} \cdot (25 - 0{,}5 - 20)\ K \cdot 20000\ \mu m \approx 2{,}16\ \mu m$$

  Standardunsicherheit nach Kap. 4.4.2.2 bei Annahme einer Rechteckverteilung:

  $$u_K = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{L_O^{(+)} - L_O^{(-)}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \approx \frac{2{,}64\ \mu m - 2{,}16\ \mu m}{2} \cdot \frac{1}{1{,}732} \approx 0{,}14\ \mu m$$

  Die Unsicherheit $U_\vartheta = 0{,}5\ K$ der Temperaturerfassung wird zu 50 % als unsicher eingeschätzt. Für u_K resultieren dann ebenfalls 50 % Unsicherheit. Entsprechende Freiheitsgrade nach Anhang D.3.2:

  $$\nu_K \approx \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta u_K}{u_K}\right)^{-2} = \frac{1}{2}(0{,}5)^{-2} = \frac{1}{2 \cdot 0{,}5^2} = 2$$

<u>Standardunsicherheit der Ergebnisgröße</u>

Kombinierte Standardunsicherheit nach Kap. 4.5:

$$u_C = \sqrt{u_N^2 + u_R^2 + u_A^2 + u_P^2 + u_K^2}$$
$$= \sqrt{(0{,}16\ \mu m)^2 + (0{,}13\ \mu m)^2 + (0{,}08\ \mu m)^2 + (0{,}08\ \mu m)^2 + (0{,}14\ \mu m)^2} \approx 0{,}2737\ \mu m \approx 0{,}28\ \mu m$$

Freiheitsgrade nach Anhang D.3.3 (Welch-Satterthwaite-Formel):

$$\nu_{eff} = \frac{u_C^4}{\frac{u_N^4}{\nu_N} + \frac{u_R^4}{\nu_R} + \frac{u_A^4}{\nu_A} + \frac{u_P^4}{\nu_P} + \frac{u_K^4}{\nu_K}}$$
$$= \frac{(0{,}28\ \mu m)^4}{\lim\limits_{\nu_N \to \infty} \frac{(0{,}16\ \mu m)^4}{\nu_N} + \frac{(0{,}13\ \mu m)^4}{7} + \frac{(0{,}08\ \mu m)^4}{24} + \lim\limits_{\nu_P \to \infty} \frac{(0{,}08\ \mu m)^4}{\nu_P} + \frac{(0{,}14\ \mu m)^4}{2}}$$
$$= \frac{0{,}006147}{0 + 0{,}000041 + 0{,}000002 + 0 + 0{,}000192} = \frac{0{,}006147}{0{,}000235} \approx 26{,}1574 \approx 26$$

[25] Siehe Anmerkung 5 auf Seite 111 zur Verwendung der erweiterten Messunsicherheit U_ϑ als Abweichung $\Delta\vartheta$

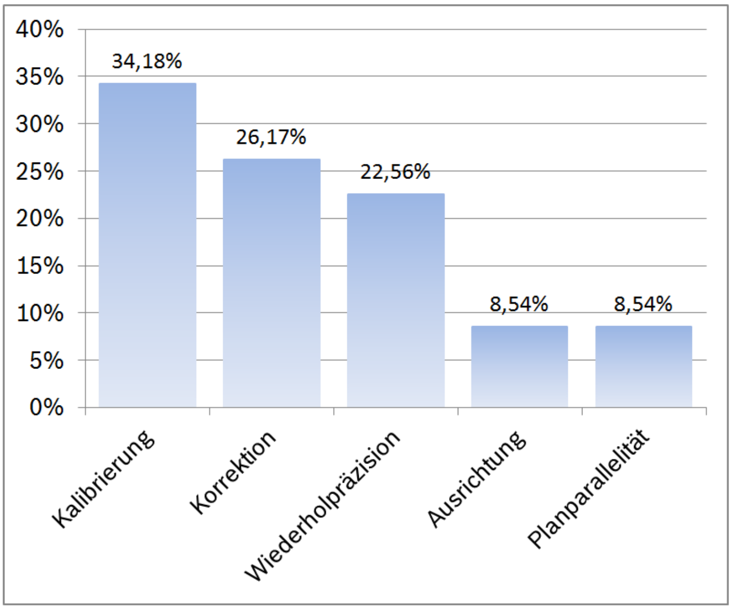


Abbildung 16: Bolzendurchmesser; Pareto-Diagramm der Unsicherheitsbeiträge u_i^2

Anhand des Diagramms kann eine Verringerung der Messunsicherheit bis etwa 25 % erwartet werden, wenn sich z. B. die Unsicherheit der Korrektion reduzieren ließe. Ggf. wäre z. B. zu prüfen, ob dies durch besseren Abgleich der Arbeitstemperatur auf die Referenztemperatur 20 °C und die damit geringere Korrektion erreicht werden kann.

Erweiterte Messunsicherheit

Bei $\nu_{eff} = 26$ Freiheitsgraden ergibt sich bei einem Grad des Vertrauens von 95,45 % nach Anhang D.1 der Erweiterungsfaktor k_p = 2,10.

Erweiterte Messunsicherheit nach Kap. 4.6:
$U = k_p \cdot u_C = 2{,}10 \cdot 0{,}28\ \mu m = 0{,}59\ \mu m \approx 0{,}6\ \mu m$

> *ANMERKUNG: Ohne Analyse der Freiheitsgrade wird üblicherweise der Erweiterungsfaktor k_p = 2,00 verwendet. Dabei wird (oft stillschweigend und nicht immer gerechtfertigt) vorausgesetzt, dass $\nu \geq 20$ Freiheitsgrade vorliegen. Dies führt zu der etwas geringeren Messunsicherheit U = 0,56 µm. Aufgerundet auf die nächste Dezimalstelle (vgl. Kap. 4.7.2) ergibt sich jedoch ebenfalls U = 0,6 µm.*

Diese – unter Berücksichtigung der oben beschriebenen Randbedingungen – errechnete erweiterte Messunsicherheit ist nur gültig für den Zeitraum der Messung. Soll die Unsicherheit auch für spätere Messungen gültig sein, sind die Einflussgrößen bezüglich dieses Zeitraums zu berücksichtigen.

Vollständiges Messergebnis

Vollständiges Messergebnis nach Kap. 4.7:
$y = y_0 \pm U = y' + K \pm U = (20005{,}0 - 2{,}4 \pm 0{,}6)\ \mu m = 20{,}0026\ mm \pm 0{,}6\ \mu m$

Der richtige Wert des Messergebnisses ist bei einem Grad des Vertrauens von 95,45 % zwischen 20,0020 mm und 20,0032 mm zu erwarten.

Informationen über Eingangsgrößen							Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen				Beiträge zur Messunsicherheit der Ergebnisgröße					Ermittlung k_p für Ergebnisgröße		
Lfd. Nr	Benennung	Variable	Maßeinheit	Wert der Variablen	Wert der Unsicher-heits-angabe	Bemerkungen (z.B. Quellen, Erläuterungen, Verweise, Verknüpfungen zu Dokumenten)	Ermittlungsmethode	Anzahl Messwerte *(Methode A)* oder k_p (≥1), V-Niveau (%), Verteilung *(Methode B)*	Zahlenfaktor zur Berechnung der Standard-unsicherheit	Standard-unsicherheit	Sensitivitäts-koeffizient	Beitrag zur Unsicherheit	Beitrag zur Unsicherheit (quadriert)	Anteil an MU-Bilanz $\frac{(c_i \cdot u(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n}(c_i \cdot u(x_i))^2}$	Rang (Ordnung nach Pareto)	Geschätzte Unsicherheit der Unsicher-heitsangabe	Freiheits-grade	Beitrag zum Nenner der Welch-Satterthwaite-Formel
i				x_i	Δx_i		A B	m_i k_p, %, Name	1 oder $\frac{\sqrt{m_i}}{k_p}$	$u(x_i) = \Delta x_i / k_p$	c_i	$c_i * u(x_i)$	$(c_i * u(x_i))^2$	[%]		$\Delta u(x_i) / u(x_i)$	ν_i	$\frac{(c_i \cdot u(x_i))^4}{\nu_i}$
1	Normal: Kalibrierung (Messweg)	δx_N	µm	0	0,32	Berechnung siehe Text (nach Herstellerangabe)	B	Normal (95%)	2,000	0,16	1	0,16	0,0256	34,179%	1		1E+99	0,000000
2	Normal: Ziffernschritt	In Unsicherheitsangabe des Herstellers (δx_N) und Streuung der Messreihe (δx_R) enthalten																
3	Messobjekt	Messung an acht verschiedenen Messpunkten, Formabweichungen in Streuung der Messreihe (δx_R) enthalten																
4	Verfahren: Wiederholpräzision	δx_R	µm	0	0,36	Messung	A	8,000	2,828	0,13	1	0,13	0,0169	22,563%	3		7	0,000041
5	Verfahren: Ausrichtung	δx_A	µm	0	0,15	Erfahrungswert	B	Normal (95%)	2,000	0,08	1	0,08	0,0064	8,545%	4		24	0,000002
6	Verfahren: Planparallelität	δx_P	µm	0	0,15	Erfahrungswert	B	Normal (95%)	2,000	0,08	1	0,08	0,0064	8,545%	5		1E+99	0,000000
7	Verfahren: Korrektion (Temperatur)	δK	µm	0	0,14	Berechnung siehe Text	B	1,000	1,000	0,14	1	0,14	0,0196	26,168%	2	50,0%	2	0,000192
8																		
9																		
10																		
11																		
Modellgleichung:							**Gesamtergebnis:**					u_c^2 =	0,0749	100,000%			$\sum_i$ =	0,000235
												u_c =	0,28				ν_{eff} =	26
												k_p =	2,10				1 - α =	95,45%
												U =	**0,59**				k_p =	2,10

Modellgleichung:

$$y = \underbrace{y' + K}_{= y_0} + \delta x_N + \delta x_R + \delta x_A + \delta x_P + \delta K$$

Erwartungswerte: $\delta x = 0$ Abweichungen: $-\Delta x \le \delta x \le \Delta x$

Tabelle 9: Unsicherheitsbilanz zum Beispiel „Bolzendurchmesser“

J.4 Drehmomentmessung bei Motorprüfständen

Beschreibung der Messung

Motorprüfstände enthalten Einrichtungen zur Drehmomentmessung. Abbildung 17 stellt die Messkette schematisch dar. Die Messaufgaben variieren stark über verschiedene Prüfstände und Zeitpunkte. Die Unsicherheit der Messergebnisse kann deshalb nicht für jeden Einzelfall ermittelt werden. Sie wird stattdessen einmalig für bestimmte Referenzwerte ermittelt und für alle baugleichen Systeme und Messungen übernommen, die unter gleichen Bedingungen durchgeführt werden. Das Vorgehen wird am Beispiel des Referenzpunktes $M_0 = 100$ Nm erläutert. Das Vorgehen an weiteren Referenzpunkten ist analog.

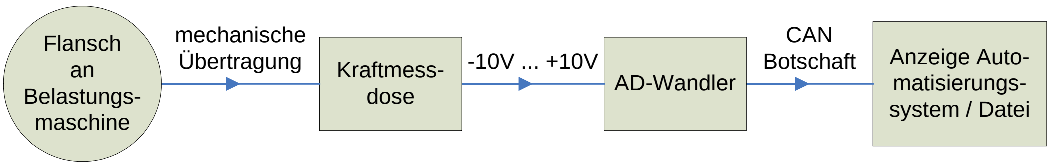


Abbildung 17: Messkette Motorprüfstand, typischer Messbereich: −50 Nm bis +500 Nm

Auf dem Motorprüfstand wird das Drehmoment ermittelt, das am Flansch zwischen Motor und Belastungsmaschine wirkt. Die Belastungsmaschine dient gleichzeitig als Messeinrichtung und enthält dafür eine Kraftmessdose. Aus der gemessenen Kraft und der bekannten Hebelarmlänge des mechanischen Systems wird das Drehmoment berechnet.

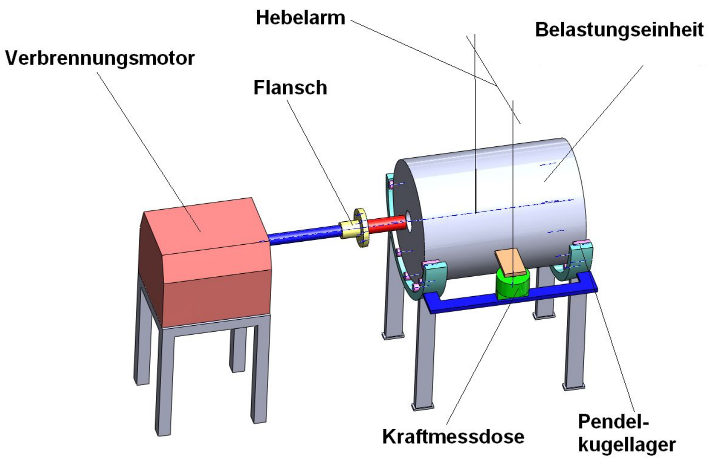


Abbildung 18: Prinzipieller Aufbau des Motorprüfstandes

Wesentlich für den praktischen Einsatz des Messprozesses ist die zyklische Kalibrierung der gesamten Messkette (Abbildung 17). Dazu wird der Motor am Anschlussflansch durch ein Normal für Drehmomente ersetzt, das auf nationale und internationale Primärnormale zurückgeführt ist (Kalibrierzertifikat). Das Normal besteht im Wesentlichen aus einem mechanischen Hebelarm und kalibrierten Referenzmassen[26] und übt damit eine definierte Referenzkraft auf die Kraftmessdose aus. Abhängig vom Ergebnis der Kalibrierung wird das System ggf. justiert und erneut kalibriert.

Eingangsgrößen

- **Drehmoment** (Referenzwert) $M_0 = 100$ Nm
- **Auflösung der Anzeige** (Ziffernschritt) $\Delta M_R = 0{,}05$ Nm
- **Nennwert Hebelarmlänge** (Herstellerangabe) $L_0 = 1000$ mm
- **Maximale Abweichung der Hebelarmlänge** vom Nennwert (auf Basis von Herstellerangaben) $\Delta L = 0{,}32$ mm

[26] Auch unpräzise als „Gewichtstück“ (vgl. DIN 8127:2007-11) oder ugs. „Gewicht“ bezeichnet

- **Maximale Abweichung der Referenzmassen** vom Nennwert (Herstellerangabe) $\%\Delta_m = 0{,}005\%$
- **Umgebungstemperatur** während der Kalibrierung $\vartheta_0 = 20{,}0\,°C$
- **Maximale Abweichung Umgebungstemperatur** während der Kalibrierung $\Delta\vartheta_0 = 3{,}0\,K$
- **Maximale Abweichung Umgebungstemperatur** während der Messung $\Delta\vartheta = 6{,}0\,K$
- **Maximale Abweichung Drehmomentanzeigewert** infolge Abweichung Kraftmessdose durch Temperaturabweichung (Herstellerangabe) $\%\Delta_\vartheta = 0{,}05\%/K$ *(bezogen auf M_0)*
- **Messbereichsendwert** $M_{MAX} = 500\,Nm$
- **Maximal zulässige Abweichung** zwischen Referenzwert und Anzeigewert, innerhalb der das Messsystem beim Kalibrieren als beanstandungsfrei eingestuft wird $\%\Delta = 0{,}4\%$ *(bezogen auf M_{MAX})*

  Mit diesem „Akzeptanzbereich“ $\%\Delta$ wird die Wirkung folgender Effekte berücksichtigt:
  - Das am Flansch wirksame Drehmoment wird nur indirekt über die Kraftmessdose und die Hebelarmlänge erfasst.
  - Reibung in den Lagern des Hebelarms führt zu Messwertabweichungen und Hysterese der Kalibrierkurve.
  - Nullpunkt und Empfindlichkeit des Gesamtsystems besitzen eine Langzeitdrift.

  Diese Effekte werden durch wiederkehrende Justierung und Kalibrierung nicht kompensiert. Stattdessen wird durch Messmittelüberwachung sichergestellt, dass die Gesamtwirkung dieser Effekte innerhalb definierter Grenzen bleibt (± 0,4 % des Messbereichsendwertes).

Modellgleichung

$$M = M_0 + \delta M_R + \delta M_L + \delta M_m + \delta M_\vartheta + \delta M_\Delta$$

mit

M	Anzeigewert für das Drehmoment,
M_0	Richtiger Wert (keine Unsicherheit),
δM_R	Abweichung durch begrenzte Auflösung des Messsystems,
δM_L	Abweichung durch Unsicherheit der Hebelarmlänge,
δM_m	Abweichung durch Unsicherheit der Referenzmassen,
δM_ϑ	Abweichung durch Unsicherheit der Kraftmessung infolge Temperaturschwankung,
δM_Δ	Abweichung durch Unsicherheit der Differenz zwischen Referenzwert und Anzeige.

Im vorliegenden Fall gilt für alle genannten Abweichungen $-\Delta M \le \delta M \le \Delta M$. Dabei bezeichnet δM die schwankende momentane Abweichung (Erwartungswert $\delta M = 0$), ΔM die zugehörige maximale Abweichung.

Messergebnisse

Es werden keine Messungen durchgeführt, alle Angaben werden Herstellerdatenblättern entnommen oder basieren auf Erfahrungswerten.

Korrektion

Es werden keine Korrektionen durchgeführt.

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen

- Die begrenzte **Auflösung** ΔM_R = 0,05 Nm (Ziffernschritt) der Drehmomentanzeige kann zu Abweichungen in den Grenzen

  $$a_+ = +\frac{\Delta M_R}{2} \qquad \text{und} \qquad a_- = -a_+ = -\frac{\Delta M_R}{2}$$

  führen, d. h. maximal zur Abweichung

  $$a = \frac{a_+ - a_-}{2} = a_+ = \frac{\Delta M_R}{2} = 0{,}025\,\text{Nm}$$

  Die entsprechende Standardunsicherheit ergibt sich unter Annahme einer Rechteckverteilung zu

  $$u_R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}025}{\sqrt{3}}\,\text{Nm} \approx 0{,}015\,\text{Nm}$$

- Die **Hebelarmlänge** beim Kalibriervorgang ist im Rahmen der Fertigungstoleranz des Hebelarms und der mechanischen Aufhängung unsicher. Zusätzlich werden Temperaturschwankungen bis $\delta\vartheta_0 = \pm\Delta\vartheta_0 = \pm 3\,\text{K}$ angenommen, die während des Kalibriervorgangs auftreten können, ohne dass dafür Korrekturen angebracht werden. Beide Effekte zusammen können zu Abweichungen der Hebelarmlänge bis $\delta L = \pm\Delta L = \pm 0{,}32\,\text{mm}$ führen (ermittelt auf Basis von Herstellerangaben). Es wird weiter angenommen, dass sich Drehmoment und Hebelarmlänge in gleichem Verhältnis ändern, d. h. proportional sind:

  $$\frac{\delta M_L}{M_0} = \frac{\delta L}{L_0}$$

  Dies kann beim gemessenen Drehmoment zu Abweichungen in den Grenzen

  $$a_+ = +\Delta M_L = \frac{\Delta L}{L_0}\cdot M_0 \qquad \text{und} \qquad a_- = -a_+ = -\Delta M_L = -\frac{\Delta L}{L_0}\cdot M_0$$

  führen, d. h. maximal zur Abweichung

  $$a = \frac{a_+ - a_-}{2} = \frac{\Delta L}{L_0}\cdot M_0 = \frac{0{,}32\,\text{mm}}{1000\,\text{mm}}\cdot 100\,\text{Nm} = 0{,}032\,\text{Nm}$$

  Die entsprechende Standardunsicherheit ergibt sich unter Annahme einer Rechteckverteilung zu

  $$u_L = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}032}{\sqrt{3}}\,\text{Nm} \approx 0{,}019\,\text{Nm}$$

- Für die **Referenzmassen** gelten die vom Hersteller angegebenen Toleranzen $\%\Delta_m$ = 0,005 % vom jeweiligen Nennwert m_0. Es wird angenommen, dass sich Drehmoment und Referenzmasse im gleichen Verhältnis ändern, d. h. proportional sind:

  $$\frac{\delta M_m}{M_0} = \frac{\delta m}{m_0} \le \frac{\%\Delta_m}{100\%}$$

  Dies kann beim gemessenen Drehmoment zu Abweichungen in den Grenzen

  $$a_+ = +\Delta M_m = \frac{\%\Delta_m}{100\%}\cdot M_0 \qquad \text{und} \qquad a_- = -a_+ = -\Delta M_m = -\frac{\%\Delta_m}{100\%}\cdot M_0$$

  führen, d. h. maximal zur Abweichung

  $$a = \frac{a_+ - a_-}{2} = \Delta M_m = \frac{\%\Delta_m}{100\%}\cdot M_0 = \frac{0{,}005\%}{100\%}\cdot 100\,\text{Nm} = 0{,}005\,\text{Nm}$$

  Die entsprechende Standardunsicherheit ergibt sich unter Annahme einer Rechteckverteilung zu

  $$u_m = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}005}{\sqrt{3}}\,\text{Nm} \approx 0{,}003\,\text{Nm}$$

  ANMERKUNG: Entsprechende Referenzkräfte $g\cdot m_0$ werden mit Hilfe der Erdbeschleunigung g berechnet, die nach Angaben der Physikalisch Technischen Bundesanstalt (PTB) am Einsatzort des Normalgerätes gültig ist. Die Unsicherheit von g (0,0002 %) wird als vernachlässigbar bewertet, so dass sich unabhängig davon, ob Kräfte oder Massen betrachtet werden, dieselbe Standardunsicherheit u_m ergibt.

- Die **Umgebungstemperatur** während der Messung hat Einfluss auf Nullpunkt und Empfindlichkeit der Kraftmessdose. Im Unterschied zum Kalibriervorgang (kein Motor angekoppelt, d. h. keine Abwärme) können beim Einsatz im Messbetrieb (Motor angekoppelt, d. h. Abwärme) Temperaturschwankungen bis $\delta\vartheta = \pm\Delta\vartheta = \pm 6\,\mathrm{K}$ auftreten. Pro Kelvin Temperaturabweichung der Kraftmessdose von der Kalibriertemperatur $\vartheta_0 = 20\,°\mathrm{C}$ ist beim angezeigten Drehmoment M mit einer Messabweichung $\%\Delta_\vartheta = 0{,}05\%/\mathrm{K}$ vom richtigen Wert M_0 zu rechnen (Herstellerangabe). Dies kann beim gemessenen Drehmoment zu Abweichungen in den Grenzen

  $$a_+ = +\Delta M_\vartheta = \Delta\vartheta \cdot \frac{\%\Delta_\vartheta}{100\%} \cdot M_0 \qquad \text{und} \qquad a_- = -a_+ = -\Delta M_\vartheta = -\Delta\vartheta \cdot \frac{\%\Delta_\vartheta}{100\%} \cdot M_0$$

  führen, d. h. maximal zur Abweichung

  $$a = \frac{a_+ - a_-}{2} = \Delta M_\vartheta = \Delta\vartheta \cdot \frac{\%\Delta_\vartheta}{100\%} \cdot M_0 = 6{,}0\,\mathrm{K} \cdot \frac{0{,}05\,\frac{\%}{\mathrm{K}}}{100\%} \cdot 100\,\mathrm{Nm} = 0{,}300\,\mathrm{Nm}$$

  Die entsprechende Standardunsicherheit ergibt sich unter Annahme einer Rechteckverteilung zu

  $$u_\vartheta = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}300}{\sqrt{3}}\,\mathrm{Nm} \approx 0{,}174\,\mathrm{Nm}$$

- Der **„Akzeptanzbereich“** für Abweichungen zwischen Referenzwert und Anzeige der Prüfstände bei der Kalibrierung beträgt $\%\Delta = 0{,}4\,\%$ des Messbereichsendwertes $M_{MAX} = 500$ Nm. Damit sind Abweichungen in den Grenzen

  $$a_+ = +\Delta M_\Delta = \frac{\%\Delta}{100\%} \cdot M_{MAX} \qquad \text{und} \qquad a_- = -a_+ = -\Delta M_\Delta = -\frac{\%\Delta}{100\%} \cdot M_{MAX}$$

  zu berücksichtigen, d. h. maximal

  $$a = \frac{a_+ - a_-}{2} = \Delta M_\Delta = \frac{\%\Delta}{100\%} \cdot M_{MAX} = \frac{0{,}4\%}{100\%} \cdot 500\,\mathrm{Nm} = 2{,}0\,\mathrm{Nm}$$

  Für die Verteilung der Werte innerhalb der Grenzen ± 2 Nm wird eine Dreiecksverteilung angenommen, die im Unterschied zur Normalverteilung feste Grenzen besitzt. Diese Annahme beruht auf der grafischen Auswertung der in der Praxis vorkommenden Messabweichungen, die bei verschiedenen Kalibriervorgängen an verschiedenen (baugleichen) Prüfeinrichtungen festgestellt wurden. Die entsprechende Standardunsicherheit ergibt sich zu

  $$u_\Delta = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{2{,}0}{\sqrt{6}}\,\mathrm{Nm} \approx 0{,}817\,\mathrm{Nm}$$

Standardunsicherheit der Ergebnisgröße

$$\begin{aligned} u_C &= \sqrt{u_R^2 + u_L^2 + u_m^2 + u_\vartheta^2 + u_\Delta^2} \\ &\approx \sqrt{0{,}015^2 + 0{,}019^2 + 0{,}003^2 + 0{,}174^2 + 0{,}817^2}\,\mathrm{Nm} \\ &\approx \sqrt{0{,}000225 + 0{,}000361 + 0{,}000009 + 0{,}030276 + 0{,}667489}\,\mathrm{Nm} \approx \sqrt{0{,}698360}\,\mathrm{Nm} \approx 0{,}836\,\mathrm{Nm} \end{aligned}$$

Erweiterte Messunsicherheit

Die erweiterte Messunsicherheit wird mit $k_p = 2$ berechnet:

$$U = k_p \cdot u_C = 2 \cdot 0{,}836\,\mathrm{Nm} = 1{,}672\,\mathrm{Nm} \approx 1{,}7\,\mathrm{Nm}$$

Vollständiges Messergebnis

$$M \pm U = M \pm 1{,}7\,\mathrm{Nm}$$

U gilt für Messungen im Bereich des Referenzpunktes $M_0 = 100$ Nm. M bezeichnet den vom Messsystem tatsächlich angezeigten Wert für das Drehmoment.

Informationen über Eingangsgrößen							Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen				Beiträge zur Messunsicherheit der Ergebnisgröße				
Lfd. Nr	Benennung	Variable	Maßeinheit	Wert der Variablen	Wert der Unsicherheitsangabe	Bemerkungen (z.B. Quellen, Erläuterungen, Verweise, Verknüpfungen zu Dokumenten)	Ermittlungsmethode	Anzahl Messwerte *(Methode A)* oder k_p (≥1), V-Niveau (%), Verteilung *(Methode B)*	Zahlenfaktor zur Berechnung der Standardunsicherheit	Standardunsicherheit	Sensitivitätskoeffizient	Beitrag zur Unsicherheit	Beitrag zur Unsicherheit (quadriert)	Anteil an MU-Bilanz $\frac{(c_i \cdot u(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n}(c_i \cdot u(x_i))^2}$	Rang (Ordnung nach Pareto)
i				x_i	Δx_i		A B	m_i k_p, %, Name	1 oder $\sqrt{m_i}$ k_p	$u(x_i) = \Delta x_i / k_p$	c_i	$c_i * u(x_i)$	$(c_i * u(x_i))^2$	[%]	
	Drehmoment (Sollwert, Referenz)	M_0	Nm	100,0											
	Umgebungstemperatur (Sollwert, Referenz)	ϑ_0	°C	20,0											
1	Auflösung Drehmomentanzeige (Ziffernschritt)	ΔM_R	Nm	0,05	0,025	Anzeige im Rahmen des "Ziffernschritts" unsicher (halbe Auflösung)	B	Rechteck	1,732	0,015	1	0,015	0,000225	0,032%	4
	Hebelarmlänge (Nennwert)	L_0	mm	1.000,0		Herstellerangabe									
	Maximale Abweichung der Hebelarmlänge vom Nennwert	ΔL	mm	0,32		Wert auf Basis von Herstellerangaben									
2	Drehmomentabweichung durch Abweichung der Hebelarmlänge	ΔM_L	Nm	0,0	0,032	Siehe Text; $a = (\Delta L/L_0)*M_0$	B	Rechteck	1,732	0,019	1	0,019	0,000361	0,052%	3
	Maximale Abweichung der Referenzmassen vom Nennwert	$\%\Delta_W$	%	0,005		Herstellerangabe									
3	Drehmomentabweichung durch Abweichung der Referenzmassen	ΔM_W	Nm	0,0	0,005	Siehe Text; $a = (\%\Delta_W/100\%)*M_0$	B	Rechteck	1,732	0,003	1	0,003	0,000009	0,001%	5
	Maximale Abweichung der Temperatur während des Messeinsatzes	$\Delta\vartheta$	K	6,0		Schätzung									
	Maximale Abweichung des Drehmoments durch Temperaturabweichung	$\%\Delta_\vartheta$	%/K	0,1		Herstellerangabe; Bezugswert M_0									
4	Drehmomentabweichung durch Abweichung der Umgebungstemperatur	ΔM_ϑ	Nm	0,0	0,300	Siehe Text; $a = \Delta\vartheta*(\%\Delta_\vartheta/100\%)*M_0$	B	Rechteck	1,732	0,174	1	0,174	0,030276	4,335%	2
	Akzeptierte Abweichung zwischen Referenzwert und Anzeigewert	$\%\Delta$	%	0,4		Festlegung; Bezugswert M_{MAX}									
	Drehmoment: Messbereichsendwert	M_{MAX}	Nm	500,0											
5	Maximal akzeptierte Drehmomentabweichung (Akzeptanzbereich)	ΔM_Δ	Nm	0,0	2,000	Siehe Text; $a = (\%\Delta/100\%)*M_{MAX}$	B	Dreieck	2,449	0,817	1	0,817	0,667489	95,580%	1

Modellgleichung:

$M = M_0 + \delta M_R + \delta M_L + \delta M_m + \delta M_\vartheta + \delta M_\Delta$

Erwartungswerte: $\delta M = 0$ Abweichungen: $-\Delta M \leq \delta M \leq \Delta M$

Gesamtergebnis:

$u_c^2 =$	0,698360	100,000%	
$u_c =$	0,836		
$k_p =$	2,000		
U =	**1,672**		

Tabelle 10: Unsicherheitsbilanz zum Beispiel „Drehmoment“

J.5 Optische Vermessung mittels Messmikroskop

Beschreibung der Messung

Die Anbindebreite einer Schweißnaht wird im Schliff mit Hilfe eines Messmikroskops (Objektiv 10-fach) mit Bildverarbeitungssystem manuell optisch vermessen. Vor der Messung wird die Schweißnaht des Stahlteils in der Mitte aufgetrennt und ein Schliffteil erstellt. Die Anbindebreite ist mit $(1{,}6 \pm 0{,}5)$ mm spezifiziert (T = 1,0 mm).

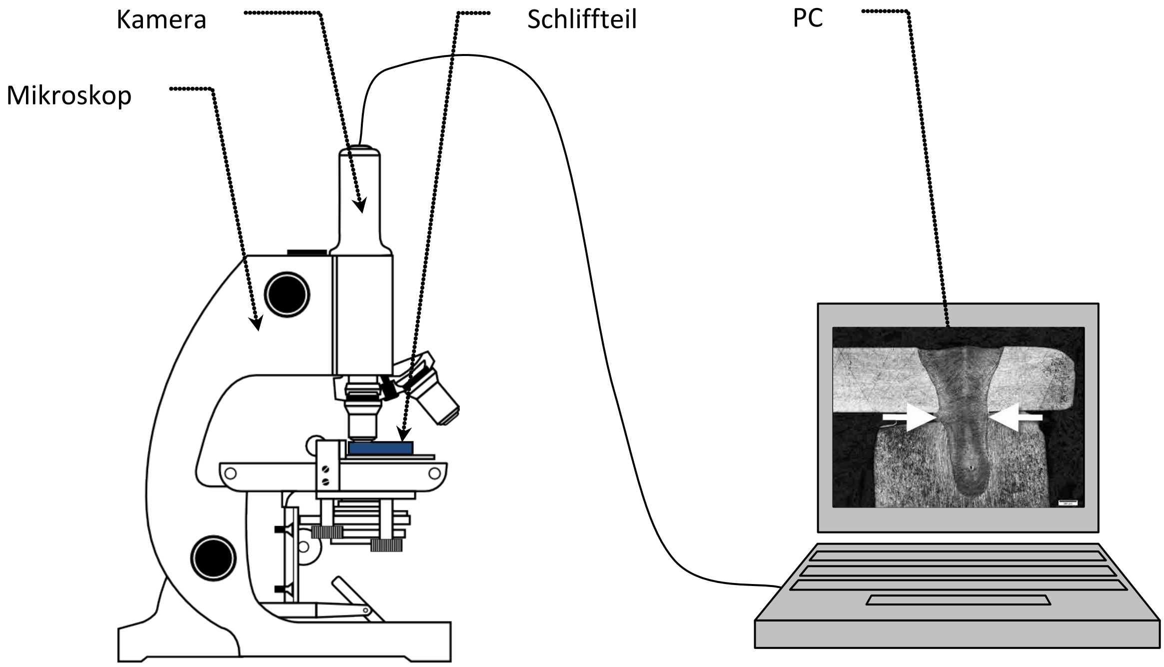


Abbildung 19: Messaufbau zur optischen Vermessung von Schliffteilen

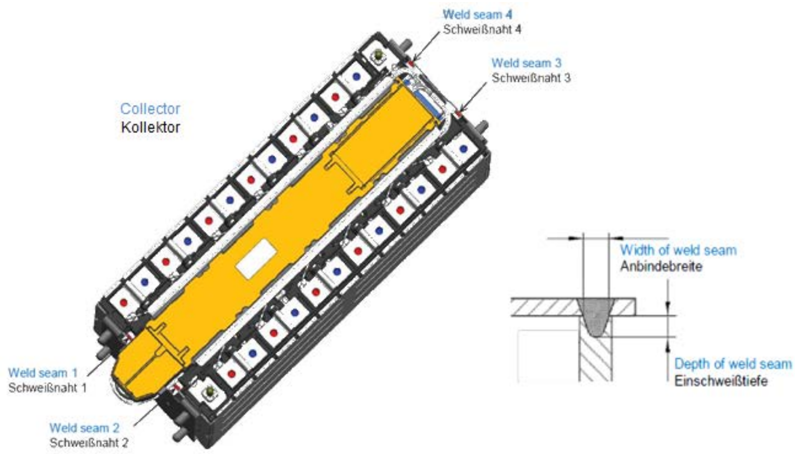


Abbildung 20: Erzeugnisteil und Messaufgabe (Messung Anbindebreite am Schliffteil)

Aufgabe ist, die Messunsicherheit nach [ISO 22514-7] zu ermitteln sowie die Eignung von Messsystem und Messprozess entsprechend zu bewerten (vgl. Kap. 5).

ANMERKUNG: Eingangsgrößen und Modellgleichungen sind bei Vorgehen nach [ISO 22514-7] quasi standardisiert. Die gesonderte Angabe wird von der Norm nicht gefordert. Stattdessen ist es ausreichend, die Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen nach Kapitel 5, Tabelle 3 und Tabelle 4 anzugeben und die kombinierten Standardunsicherheiten der Ausgangsgrößen nach den Gleichungen (5.1) bzw. (5.2) entsprechend einem additiven Modell zu berechnen. Die nachstehenden Abschnitte „Eingangsgrößen“, „Modell“, „Messergebnisse“ und „Korrektion“ sind deshalb nicht zwingend und entfallen in der praktischen Umsetzung häufig. Dies gilt gleichermaßen für tabellarische Messunsicherheitsbilanzen.

Eingangsgrößen

- **Kalibrierunsicherheit der Kalibrierplatte (Normal)** — $U_{CAL} = 0{,}15\ \mu m$, $k_p = 2$
  Datenquelle: DAkkS-Kalibrierzertifikat
- **Auflösung des Messsystems** — $RE = 1{,}382\ \mu m$
  Datenquelle: Ausgabe der Software des Bildverarbeitungssystems
- **Wiederholbarkeit am Normal** — $s = 0{,}919\ \mu m$
  Datenquelle: Standardabweichung nach Heft 10, Verfahren 1
- **Systematische Messabweichung des Messsystems** — $BI = 0{,}0176\ \mu m$
  Datenquelle: Messabweichung nach Heft 10, Verfahren 1
- **Wiederholbarkeit der Messergebnisse am Messobjekt** — $EV = 6{,}529\ \mu m$
  Datenquelle: EV nach Heft 10, Verfahren 2
- **Bedienereinfluss auf Messergebnisse am Messobjekt** — $AV = 7{,}298\ \mu m$
  Datenquelle: AV nach Heft 10, Verfahren 2
- **Wechselwirkung zwischen Bediener und Messobjekt** — $IA = 8{,}604\ \mu m$
  Datenquelle: IA nach Heft 10, Verfahren 2

Modell (nach Kap. 5.2)

Messsystem:

$$y_{MS} = y' + \delta x_{CAL} + \delta x_{EV(MS)} + \delta x_{BI} \tag{J.2}$$

Messprozess :

$$y_{MP} = y_{MS} + \left(\delta x_{EV(MP)} - \delta x_{EV(MS)}\right) + \delta x_{AV} + \delta x_{IA} \tag{J.3}$$

mit

y'	Anzeigewert zu den Messergebnissen y_{MS} des Messsystems bzw. y_{MP} des Messprozesses,
δx_{CAL}	Abweichung durch begrenzte Genauigkeit der Kalibrierung,
$\delta x_{EV(MS)}$	Abweichung durch begrenzte Wiederholpräzision des Messsystems,
δx_{BI}	Systematische Messabweichung,
$\delta x_{EV(MP)}$	Abweichung durch begrenzte Wiederholpräzision des Messprozesses,
δx_{AV}	Abweichung durch Bedienereinfluss,
δx_{IA}	Abweichung durch Wechselwirkungen zwischen Eingangsgrößen.

Durch Inhomogenitäten des Messobjektes verursachte Abweichungen δx_{OBJ} bei der Messung (Festlegung der Messpunktpositionen im Messmikroskop auf Basis visueller Einschätzung des Prüfers) sind im Bedienereinfluss (δx_{AV}) und der Wechselwirkung (δx_{IA}) zwischen Bediener und Messobjekt enthalten. Weitere, nach [ISO 22514-7] und Kap. 5.2 mögliche Abweichungen von der Linearität (δx_{LIN}), durch zeitliche Instabilität (δx_{STAB}) und Temperatureinflüsse (δx_{ϑ}), zwischen verschiedenen Messsystemen (δx_{GV}) und sonstige mögliche Einflüsse ($\delta x_{REST(MS)}$, $\delta x_{REST(MP)}$) werden als insignifikant oder nicht relevant bewertet und bleiben unberücksichtigt.

Messergebnisse

Verwendung von Messdaten und Auswertungsergebnissen der Verfahren 1 und 2 nach [Heft 10].

Korrektion

Keine

J.5.1 Unsicherheiten des Messsystems

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen des Messsystems

- Kalibrierunsicherheit u_{CAL} der Kalibrierplatte aus DAkkS-Kalibrierzertifikat:

  $$u_{CAL} = \frac{U_{CAL}}{k_p} = \frac{0{,}15\,\mu m}{2} = 0{,}075\,\mu m$$

- Auflösung Messsystem (durch Objektiv, Basisvergrößerung Kameraadapter und Kamera bestimmt, wird von Bildverarbeitungssoftware ausgegeben):

  $$u_{RE} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{RE}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1{,}382\,\mu m}{2} = 0{,}399\,\mu m$$

- Wiederholbarkeit am Normal (Standardabweichung s aus Verfahren 1):

  $$u_{EVR} = s = 0{,}919\,\mu m$$

- Ermittlung der Messsystemstreuung $u_{EV(MS)}$ aus u_{RE} und u_{EVR}:

  $$u_{EV(MS)} = MAX(u_{RE}, u_{EVR}) = 0{,}919\,\mu m$$

- Systematische Messabweichung (Bias aus Verfahren 1):

  $$u_{BI} = \frac{|\bar{x} - x_m|}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}0176\,\mu m}{\sqrt{3}} = 0{,}0102\,\mu m$$

Weitere Unsicherheiten werden als insignifikant bewertet.

Kombinierte Standardunsicherheit des Messsystems

$$u_{MS} = \sqrt{u_{CAL}^2 + u_{EV(MS)}^2 + u_{BI}^2} = \sqrt{(0{,}075\,\mu m)^2 + (0{,}919\,\mu m)^2 + (0{,}0102\,\mu m)^2} = 0{,}922\,\mu m$$

Erweiterte Messunsicherheit des Messsystems

$$U_{MS} = k_p \cdot u_{MS} = 2 \cdot 0{,}922\,\mu m = 1{,}844\,\mu m$$

Bewertung des Messsystems

$$Q_{MS} = \frac{2 \cdot U_{MS}}{T} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot 1{,}844\,\mu m}{1000\,\mu m} \cdot 100\% = 0{,}37\% \leq 15\%$$

Ergebnis: Das Messsystem ist geeignet ($Q_{MS} \leq 15\,\%$).

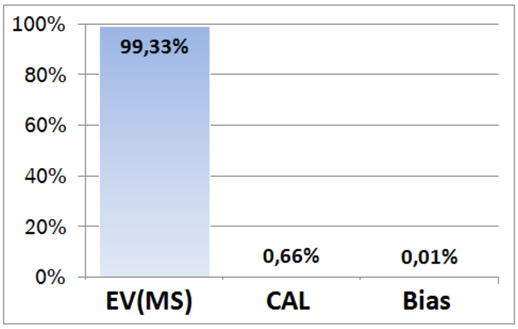


Abbildung 21: Pareto-Diagramm der Unsicherheitsbeiträge u_i^2 zur Unsicherheit des Messsystems

Informationen über Eingangsgrößen							Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen				Beiträge zur Messunsicherheit der Ergebnisgröße				
Lfd. Nr	Benennung	Variable	Maßeinheit	Wert der Variablen	Wert der Unsicher-heits-angabe	Bemerkungen (z.B. Quellen, Erläuterungen, Verweise, Verknüpfungen zu Dokumenten)	Ermittlungsmethode	Anzahl Messwerte *(Methode A)* oder $k_p (\geq 1)$, V-Niveau (%), Verteilung *(Methode B)*	Zahlenfaktor zur Berechnung der Standard-unsicherheit	Standard-unsicherheit	Sensitivitäts-koeffizient	Beitrag zur Unsicherheit	Beitrag zur Unsicherheit (quadriert)	Anteil an MU-Bilanz $\frac{(c_i \cdot u(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n}(c_i \cdot u(x_i))^2}$	Rang (Ordnung nach Pareto)
i				x_i	Δx_i		A B	m_i k_p, %, Name	1 oder $\sqrt{m_i}$ k_p	$u(x_i) = \Delta x_i / k_p$	c_i	$c_i * u(x_i)$	$(c_i * u(x_i))^2$	[%]	
1	Kalibrierunsicherheit	δx_{CAL}	µm	0	0,15	U = 0,15µm und $k_p = 2$ aus Kalibrierschein Nr. 12345	B	2,000	2,000	0,0750	1	0,0750	0,00562500	0,66%	2
	Auflösung Messsystem	$x_{RE} = RE$	µm	1,382	0,691	$\Delta x_{RE} = x_{RE} / 2 = RE / 2$; RE nach Ausgabe des Bildverarbeitungssystems	B	Rechteck	1,732	0,3990					
	Wiederholbarkeit der Messergebnisse am Normal	$\delta x_{EVR} = s$	µm	0	0,919	Standardabweichung nach Heft 10, Verfahren 1	A		1,000	0,9190					
2	Messsystemstreuung mit Normal	$\delta x_{EV(MS)}$	µm	0	*wird berechnet*	Maximum der **Standard-unsicherheiten** ermittelt aus RE und EVR				0,9190	1	0,9190	0,84456100	99,33%	1
3	Systematische Messabweichung	$\delta x_{BI} = BI$	µm	0	0,0176	Messabweichung nach Heft 10, Verfahren 1	B	Rechteck	1,732	0,0102	1	0,0102	0,00010404	0,01%	3
4															
5															
6															
7															
8															
9															
Modellgleichung Messsystem:							**Gesamtergebnis:**					**u_{MS}^2 =**	0,850	100,00%	
$y_{MS} = y_0 + \delta x_{CAL} + \delta x_{EV(MS)} + \delta x_{BI}$												**u_{MS} =**	0,922		
Erwartungswerte: $\delta x = 0$				Abweichungen: $\Delta x \leq \delta x \leq \Delta x$								**k_p =**	2,000		
												U_{MS} =	**1,844**		

Tabelle 11: Unsicherheitsbilanz „Messsystem“ zum Beispiel „Messmikroskop“ nach [ISO 22514-7]

J.5.2 Unsicherheiten des Messprozesses

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen des Messprozesses

- Standardunsicherheit des Messsystems (u_{MS} aus Kap. J.5.1):
  $u_{MS} = 0{,}922\ \mu m$
- Wiederholbarkeit am Messobjekt (EV aus Verfahren 2):
  $u_{EVO} = EV = 6{,}529\ \mu m$
- Ermittlung $u_{EV(MP)}$ aus u_{RE}, u_{EVR} und u_{EVO}:
  $u_{EV(MP)} = MAX(u_{RE}, u_{EVR}, u_{EVO}) = 6{,}529\ \mu m$
- Vergleichbarkeit Bediener (AV aus Verfahren 2):
  $u_{AV} = AV = 7{,}298\ \mu m$
- Wechselwirkung (IA aus Verfahren 2):
  $u_{IA} = IA = 8{,}604\ \mu m$

Weitere Unsicherheiten werden als insignifikant bewertet.

Kombinierte Standardunsicherheit des Messprozesses

$$u_{MP} = \sqrt{u_{MS}^2 + \left(u_{EV(MP)}^2 - u_{EV(MS)}^2\right) + u_{AV}^2 + u_{IA}^2}$$
$$= \sqrt{(0{,}922\ \mu m)^2 + \left((6{,}529\ \mu m)^2 - (0{,}919\ \mu m)^2\right) + (7{,}298\ \mu m)^2 + (8{,}604\ \mu m)^2} = 13{,}035\ \mu m$$

Erweiterte Messunsicherheit des Messprozesses

$$U_{MP} = k_p \cdot u_{MP} = 2 \cdot 13{,}035\,\mu m = 26{,}070\,\mu m$$

Bewertung des Messprozesses

$$Q_{MP} = \frac{2 \cdot U_{MP}}{T} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot 26{,}070\,\mu m}{1000\,\mu m} \cdot 100\% = 5{,}21\% \le 30\%$$

Ergebnis: Der Messprozess ist geeignet ($Q_{MP} \le 30\,\%$).

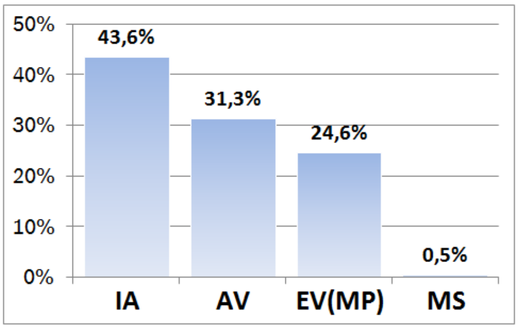


Abbildung 22: Pareto-Diagramm der Unsicherheitsbeiträge u_i^2 zur Unsicherheit des Messprozesses

ANMERKUNG: $u^2_{EV(MP)}$ bereinigt um Anteil $u^2_{EV(MS)}$, der in u^2_{MS} enthalten ist.

Informationen über Eingangsgrößen							Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen				Beiträge zur Messunsicherheit der Ergebnisgröße				
Lfd. Nr	Benennung	Variable	Maßeinheit	Wert der Variablen	Wert der Unsicher-heits-angabe	Bemerkungen (z.B. Quellen, Erläuterungen, Verweise, Verknüpfungen zu Dokumenten)	Ermittlungsmethode	Anzahl Messwerte *(Methode A)* oder k_p (≥1), V-Niveau (%), Verteilung *(Methode B)*	Zahlenfaktor zur Berechnung der Standard-unsicherheit	Standard-unsicherheit	Sensitivitäts-koeffizient	Beitrag zur Unsicherheit	Beitrag zur Unsicherheit (quadriert)	Anteil an MU-Bilanz $\frac{(c_i \cdot u(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n}(c_i \cdot u(x_i))^2}$	Rang (Ordnung nach Pareto)
i				x_i	Δx_i		A B	m_i k_p, %, Name	1 oder $\sqrt{m_i}$ k_p	$u(x_i) = \Delta x_i / k_p$	c_i	$c_i * u(x_i)$	$(c_i * u(x_i))^2$	[%]	
1	Messergebnisse Messsystem	y_{MS}	µm		1,844	Messunsicherheitsbilanz Messsystem, erweiterte Messunsicherheit U_{MS}	B	2,000	2,000	0,9220	1	0,9220	0,850084	0,5%	4
	Messsystemstreuung mit Normal	$\delta x_{EV(MS)}$	µm	0	0,919	Messunsicherheitsbilanz Messsystem, in U_{MS} enthaltener Streuanteil	B		1,000	0,9190					
	Wiederholbarkeit der Messergebnisse am Messobjekt	$\delta x_{EVO} = EV$	µm	0	6,529	EV nach Heft 10, Verfahren 2	A		1,000	6,5290					
	Messsystemstreuung mit Messobjekten	$\delta x_{EV(MP)}$	µm	0	*wird berechnet*	Maximum der **Standard-unsicherheiten** ermittelt aus EV(MS) und EVO				6,5290					
3	Erhöhung Messsystemstreuung durch Messobjekt	$\delta x_{EV(MP)} - \delta x_{EV(MS)}$	µm	0	*wird berechnet*	$u_{EV(MP)}$ ohne Anteil in u_{MS}: $\sqrt{u^2_{EV(MP)} - u^2_{EV(MS)}}$				6,4640	1	6,4640	41,783296	24,6%	3
4	Bedienereinfluss auf Messergebnisse am Messobjekt	$\delta x_{AV} = AV$	µm	0	7,298	AV nach Heft 10, Verfahren 2	A		1,000	7,2980	1	7,2980	53,260804	31,3%	2
5	Wechselwirkung zwischen Bediener und Messobjekt	$\delta x_{IA} = IA$	µm	0	8,604	IA nach Heft 10, Verfahren 2	A		1,000	8,6040	1	8,6040	74,028816	43,6%	1
6															
7															
8															
9															
Modellgleichung Messprozess:							**Gesamtergebnis:**					u_{MP}^2 =	169,923	100,0%	
$y_{MP} = y_{MS} + (\delta x_{EV(MP)} - \delta x_{EV(MS)}) + \delta x_{AV} + \delta x_{IA}$												u_{MP} =	13,035		
												k_p =	2,000		
Erwartungswerte: $\delta x = 0$				Abweichungen: $\Delta x \le \delta x \le \Delta x$								U_{MP} =	**26,070**		

Tabelle 12: Unsicherheitsbilanz „Messprozess“ zum Beispiel „Messmikroskop“ nach [ISO 22514-7]

J.6 Fertigungsbegleitende taktile Durchmessermessung

Beschreibung der Messung

Im Fertigungsprozess für Wellen wird der Prozessschritt „Schleifen“ u. a. durch taktile Stichprobenprüfungen des Wellendurchmessers überwacht. Der Operateur legt die zu prüfende Welle in waagrechter Lage zwischen spitzenförmig ausgeprägten Halterungen (kurz „Spitzen“) ein. Anschließend wird die Wellenoberfläche vom Messsystem vollautomatisch abgetastet und aus den Messdaten der Wellendurchmesser ermittelt.

Die Fähigkeit des Messprozesses wird mittels Verfahren 1 und 3 [Heft 10] nachgewiesen. Zur laufenden Überwachung der Stabilität des Messprozesses wird in vorgegebenen Zeitabständen ein kalibriertes Serienteil (sogenanntes „Stabilitätsteil“) in exakt derselben Weise vermessen wie die Teile aus der laufenden Fertigung und eine Messbeständigkeitskarte nach Verfahren 5 [Heft 10] geführt. Der Kalibrierschein des „Stabilitätsteils“ liefert die Unsicherheit der Kalibrierung des Normals.

Die Daten aus den Kalibrierzertifikaten und den Verfahren nach [Heft 10] werden zur Ermittlung der Unsicherheit der Ergebnisse des Messprozesses genutzt, die fertigungsbegleitend laufend aktualisiert wird.

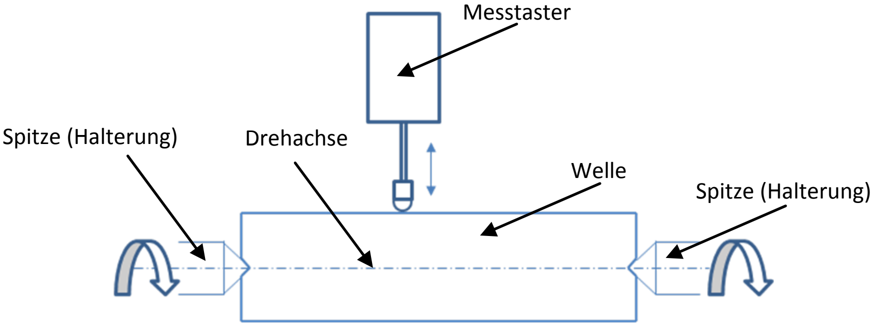


Abbildung 23: Prinzip der taktilen Messung des Wellendurchmessers

Eingangsgrößen

- **Referenzwert des Normals** (Kalibrierzertifikat) $x_{CAL} = 36457{,}1\,\mu m$
- **Kalibrierunsicherheit des Normals** (Kalibrierzertifikat) $U_{CAL} = 1{,}7\,\mu m\,;\ k_p = 2$
- **Auflösung der Anzeige** (Ziffernschritt) $\delta x_{RE} \leq 0{,}5$ Digit

  ANMERKUNG 1: Die Unsicherheit eines Messergebnisses kann prinzipiell nicht kleiner werden als die Auslösung des Messsystems. Im vorliegenden Fall wird die Auflösung durch die Anzeige des Messsystems bestimmt. Sie ist deshalb bereits in den Abweichungen der ermittelten Messwerte vom jeweils richtigen Wert enthalten und darf nicht nochmals gesondert berücksichtigt werden.

- **Mittelwert der (unkorrigierten) Messwerte** $\bar{x} = 36457{,}476\,\mu m$
  Datenquelle: Messbeständigkeitskarte nach Heft 10, Verfahren 5
- **Standardabweichung der Messwerte** $s_x = 10{,}125\,\mu m$
  Datenquelle: Messbeständigkeitskarte nach Heft 10, Verfahren 5

  ANMERKUNG 2: Streuung verursacht durch alle in Summe auf den Messprozess einwirkenden, veränderlichen Einflüsse einschließlich ihrer Wechselwirkungen, endliche Wiederholpräzision von Messsystem und Messprozess, Bedienereinfluss, endliche Langzeitstabilität, Temperaturschwankungen, und weitere Einflüsse, die nicht von den gemessenen Teilen verursacht werden wie z.B. Erschütterungen der Fertigungsumgebung; diese Einflüsse werden in der Ausprägung erfasst, wie sie in den letzten 25 Werten der Messbeständigkeitskarten enthalten sind.

- **Abweichung durch Teileeinfluss**
  Datenquelle: Ergebnisse der Verfahren 1 und 3 nach Heft 10;
  Ermittlung aus:
  - Standardabweichung aus Verfahren 1: $s = 0{,}139\ \mu m$
  - Messsystemstreuung aus Verfahren 3: $EV = 0{,}131\ \mu m$

  ANMERKUNG 3: Abweichung verursacht durch unterschiedliche Beschaffenheit von Normal („Stabilitätsteil") und Serienteilen.

Modell

$$y = y' + \delta x_{CAL} + \delta x_{BI} + \delta x_{PRO} + \delta x_{PAR}$$

mit

y	(Momentaner) Anzeigewert für den Durchmesser,
y'	Mittlerer, unkorrigierter Anzeigewert (Mittelwert Messbeständigkeitskarte),
δx_{CAL}	Abweichung durch begrenzte Genauigkeit der Kalibrierung des Normals,
δx_{BI}	Abweichung durch nicht korrigierte, systematische Messabweichungen,
δx_{PRO}	Abweichung, die durch das Messverfahren verursacht wird *(engl. procedure)*,
δx_{PAR}	Abweichung durch Unterschiede zwischen Normal und Serienteil *(engl. part)*.

Im vorliegenden Fall gilt für alle genannten Abweichungen $-\Delta x \le \delta x \le \Delta x$. Dabei bezeichnet δx die schwankende momentane Abweichung (Erwartungswert $\delta x = 0$), Δx die zugehörige maximale Abweichung.

Messergebnisse

Verwendung von Messdaten und Auswertungsergebnissen der Verfahren 1, 3 und 5 nach [Heft 10].

Korrektion

Keine.

ANMERKUNG 4: Systematische Messabweichungen werden als Standardunsicherheit u_{BI} in der Messunsicherheitsbilanz berücksichtigt (vgl. Kap. 6.1.2 und Anhang F.3).

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen

- **Unsicherheit u_{CAL} der Kalibrierung des verwendeten Normals**
  Der Kalibrierschein des Normals enthält die erweiterte Messunsicherheit U_{CAL} = 1,70 µm und den Erweiterungsfaktor k_p = 2. Die entsprechende Standardunsicherheit berechnet sich zu

  $$u_{CAL} = \frac{U_{CAL}}{k_p} = \frac{1{,}70}{2}\mu m = 0{,}85\ \mu m$$

- **Unsicherheit u_{RE} durch begrenzte Auflösung der Anzeige**
  Wie bereits erläutert, sind entsprechende Abweichungen in den Messwerten enthalten und gehen damit in die Unsicherheit durch das Messverfahren ein, so dass dafür keine gesonderte Standardunsicherheit berücksichtigt werden darf.

- **Unsicherheit u_{BI} durch unkorrigierte systematische Abweichung („Bias")**
  Die systematische Abweichung wird als Differenz des Mittelwertes $\bar{x}$ aus 25 Messwerten in den Messbeständigkeitskarten der letzten Wochen und des Referenzwertes x_{CAL} des Normals errechnet:
  $\Delta x_{BI} = \left| \bar{x} - x_{CAL} \right| = 36457{,}476\ \mu m - 36457{,}100\ \mu m = 0{,}376\ \mu m$
  Systematische Abweichungen, die nicht durch Korrektion ausgeglichen werden, sind als Standardunsicherheit in die Messunsicherheit einzubeziehen (vgl. Anhang F.3):
  $u_{BI} = \Delta x_{BI} = 0{,}376\ \mu m$

- **Unsicherheit u_{PRO} durch das Messverfahren**
  Die Standardunsicherheit des Messverfahrens wird aus der Standardabweichung s_X der letzten 25 Werte x in den Messbeständigkeitskarten errechnet:
  $u_{PRO} = s_x = 10{,}125\ \mu m$

  ANMERKUNG 5: Die zu ermittelnde Messunsicherheit U soll eine Aussage über den jeweiligen Einzelmesswert ermöglichen. Für u_{PRO} ist deshalb die Standardabweichung s der Einzelmesswerte von ihrem Mittelwert $\bar{x}$ zu verwenden (und nicht die um den Faktor $1/\sqrt{25}$ kleinere Standardabweichung des Mittelwertes).

- **Unsicherheit u_{PAR} durch die gemessenen Teile**
  Abweichungen, die durch unterschiedliche Beschaffenheit von Normal („Stabilitätsteil") und Serienteilen verursacht werden, sind nur dann signifikant und in die Messunsicherheit einzubeziehen, wenn folgende Bedingung erfüllt ist (vgl. Kap. 6.1.4):
  $EV^2 > 2 \cdot s^2$
  Mit EV = 0,131 µm aus Verfahren 3 und s = 0,139 µm aus Verfahren 1 gilt:
  $EV^2 = (0{,}131\ \mu m)^2 = 0{,}017161\ \mu m^2 < 2 \cdot s^2 = 2 \cdot (0{,}139\ \mu m)^2 = 2 \cdot 0{,}019321\ \mu m^2 = 0{,}038642\ \mu m^2$
  Damit ist die Signifikanzbedingung nicht erfüllt und die Unsicherheit u_{PAR} vernachlässigbar:
  $u_{PAR} = 0\ \mu m$

  ANMERKUNG 6: In Berichten zur Messprozessanalyse wird häufig %EV anstelle von EV angegeben. In diesem Fall ist %EV mit der Bezugsgröße zu multiplizieren um EV zu errechnen. Bezugsgröße ist häufig die Toleranz des Merkmals, kann aber auch eine andere Größe sein. Dies ist zu ggf. zu klären.

<u>Standardunsicherheit der Ergebnisgröße</u>

$$
\begin{aligned}
u_C &= \sqrt{u_{CAL}^2 + u_{BI}^2 + u_{PRO}^2 + u_{PAR}^2} \\
&\approx \sqrt{0{,}850^2 + 0{,}376^2 + 10{,}125^2 + 0^2}\ \mu m \\
&\approx \sqrt{0{,}722500 + 0{,}141376 + 102{,}515625 + 0}\ \mu m \approx \sqrt{103{,}379471}\ \mu m \approx 10{,}168\ \mu m
\end{aligned}
$$

<u>Erweiterte Messunsicherheit</u>

Die erweiterte Messunsicherheit wird mit k_p = 2 berechnet:

$$U = k_p \cdot u_C = 2 \cdot 10{,}168\ \mu m = 20{,}336\ \mu m$$

<u>Vollständiges Messergebnis</u>

$$y = y' \pm U = y' \pm 20{,}336\ \mu m$$

Informationen über Eingangsgrößen							Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen				Beiträge zur Messunsicherheit der Ergebnisgröße				
Lfd. Nr	Benennung	Variable	Maßeinheit	Wert der Variablen	Wert der Unsicherheitsangabe	Bemerkungen (z.B. Quellen, Erläuterungen, Verweise, Verknüpfungen zu Dokumenten)	Ermittlungsmethode	Anzahl Messwerte *(Methode A)* oder k_p (≥1), V-Niveau (%), Verteilung *(Methode B)*	Zahlenfaktor zur Berechnung der Standardunsicherheit	Standardunsicherheit	Sensitivitätskoeffizient	Beitrag zur Unsicherheit	Beitrag zur Unsicherheit (quadriert)	Anteil an MU-Bilanz $\frac{(c_i \cdot u(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n}(c_i \cdot u(x_i))^2}$	Rang (Ordnung nach Pareto)
i				x_i	Δx_i		A B	m_i k_p, %, Name	1 oder $\sqrt{m_i}$ k_p	$u(x_i) = \Delta x_i / k_p$	c_i	$c_i * u(x_i)$	$(c_i * u(x_i))^2$	[%]	
1	Referenzwert Normal	x_{CAL}	µm	36457,1	1,7	Kalibrierschein Nr. 12345	B	Normal	2,000	0,850	1,000	0,850	0,722500	0,70%	2
2	Auflösung Anzeige	x_{RE}	In experimentell ermittelter "Abweichung durch Messverfahren" bereits enthalten, darum hier nicht nochmals berücksichtigt												
3	Unkorrigierte systematische Abweichung	x_{BI}	µm		0,376	Messbeständigkeitskarte: Abweichung Mittelwert vom Referenzwert Normal	A		1,000	0,376	1,000	0,376	0,141376	0,14%	3
4	Abweichung durch Messverfahren	x_{PRO}	µm		10,125	Messbeständigkeitskarte: Standardabweichung der Einzelwerte	A		1,000	10,125	1,000	10,125	102,515625	99,16%	1
5	Abweichung durch Teileeinfluss	x_{PAR}	µm		0	Beitrag nicht signifikant (siehe Text)	A		1,000	0,000	1,000	0,000	0,000000	0,00%	4
6															
7															
8															
9															
10															
11															
Modellgleichung:							Gesamtergebnis:					$u_c^2 =$	103,380	100,000%	
$y = y' + \delta x_{CAL} + \delta x_{BI} + \delta x_{PRO} + \delta x_{PAR}$												$u_c =$	10,168		
												$k_p =$	2,000		
Erwartungswerte: $\delta x = 0$				Abweichungen: $\Delta x \le \delta x \le \Delta x$								**U =**	**20,336**		

Tabelle 13: Unsicherheitsbilanz zum Beispiel „Wellendurchmesser“ auf Basis Messbeständigkeitskarte

J.7 Einspritzmengenindikator (EMI)

Der **E**inspritz**m**engen**i**ndikator (EMI) misst Einspritzmassen (ugs. Einspritzmengen). Die Unsicherheit der Kalibrierung ist zu ermitteln.

Beschreibung der Messung

Durch die in die EMI-Arbeitskammer eingespritzte Masse Prüföl (z. B. Dieselkraftstoff) wird ein Messkolben verschoben. Der vom Messkolben zurückgelegte Weg x wird durch ein induktives Messsystem erfasst. Die eingespritzte Masse m (Ergebnisgröße) wird aus dem gemessenen Weg x, der Querschnittsfläche A des Messkolbens und der Dichte ρ des Prüföls (Eingangsgrößen) errechnet. Dabei sind der Druck p und die Temperatur ϑ in der Kammer zu berücksichtigen. Die errechnete Einspritzmasse m wird mit Hilfe eines Korrekturwertes k_f auf die Anzeige m_0 des Normalgerätes (Waage) abgeglichen, mit dem die tatsächlich eingespritzte Masse direkt gemessen wird. Effektiv handelt es sich um eine Umskalierung des gemessenen Weges x in Einspritzmasse m.

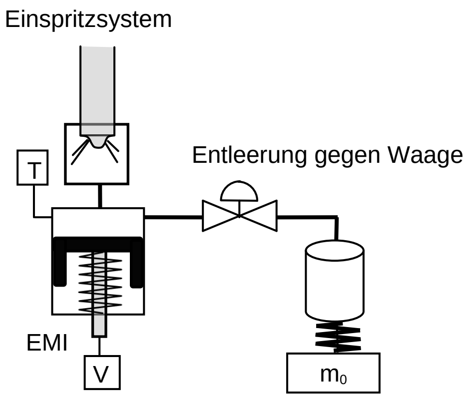


Abbildung 24: Messprinzip bei der Justierung und Kalibrierung eines Einspritzmengenindikators (EMI)

Aufgrund der begrenzten Empfindlichkeit und Auflösung des Normalgerätes (Waage) ist für jeden Wägevorgang eine ausreichend große Masse Prüfmedium erforderlich. Es wird deshalb stets die **Gesamtmasse m** von n = 1000 Einspritzvorgängen gewogen. Der Abgleich zwischen EMI und Waage erfolgt anhand der Messergebnisse für die Gesamtmasse m und nicht auf Basis von (berechneten) Mittelwerten für einen einzelnen Einspritzvorgang.

Grundgleichung zur Ermittlung der Einspritzmasse m aus dem Einspritzvolumen V:

$$m = \rho \cdot V \qquad \text{(J.4)}$$

mit

$\rho(\vartheta, p)$	Volumendichte des eingespritzten Mediums bei Temperatur ϑ und Druck p,
$V = x \cdot A$	Kammervolumen, das durch die Einspritzmasse verdrängt wird,
x	Kolbenweg,
$A = \pi \cdot \left(\frac{d + k_f}{2}\right)^2$	Kolbenfläche,
d	Kolbendurchmesser (Datenblatt),
k_f	Korrekturwert (Ergebnis der Justierung),

so dass

$$m = \rho(\vartheta, p) \cdot x \cdot \pi \cdot \left(\frac{d + k_f}{2}\right)^2 . \qquad \text{(J.5)}$$

Der Korrekturwert k_f wird aus dem Vergleich mit einem Normalgerät (Waage) ermittelt. Der Anzeigewert m des EMI wird auf den Anzeigewert m_0 der Waage abgeglichen, d. h.

$$m = m_0 \,, \tag{J.6}$$

oder Gleichung (J.5) für m eingesetzt

$$\rho(\vartheta, p) \cdot x \cdot \pi \cdot \left(\frac{d + k_f}{2} \right)^2 = m_0 \tag{J.7}$$

und nach k_f aufgelöst ergibt

$$k_f = 2 \cdot \sqrt{\frac{m_0}{\rho(\vartheta, p) \cdot x \cdot \pi}} - d \tag{J.8}$$

Dieser additive Korrekturwert k_f zum Kolbendurchmesser ist das Ergebnis der **Justierung**. k_f beinhaltet in Bezug auf den Anzeigewert des EMI effektiv eine (nichtlineare) Korrektion der Abweichung des EMI-Anzeigewertes vom Anzeigewert der Waage, der Dichte des Prüfmediums, des zurückgelegten Kolbenweges und des Kolbendurchmessers zum Zeitpunkt der Justierung. Der ermittelte Wert wird den Konfigurationsdaten des EMI hinzugefügt (Flash-EEPROM). Er stellt damit bis zur nächsten Justierung einen unveränderlichen Parameter dar, der allen Messergebnissen des EMI für die Messgröße „Einspritzmasse“ gleichermaßen eingeprägt ist. Die Unsicherheit dieser Korrektion ist in der Unsicherheitsbetrachtung zu berücksichtigen.

Anschließend wird mit dem ermittelten Korrekturwert k_f ein erneuter Vergleich des EMI-Messgerätes mit der Waage am Kalibrierpunkt (200 g) durchgeführt (**Kalibrierung**).

<u>Eingangsgrößen</u>

- **Temperatur ϑ in der EMI-Messkammer:**
  Die Temperatur ϑ wird mit einem kalibrierten Thermoelement gemessen. Das Messergebnis ist aus der Kalibrierung des Thermoelementes mit einer Messabweichung $\delta\vartheta$ im eingebauten Zustand behaftet. $|\delta\vartheta| \leq 0{,}5\ \mathrm{K}$
- **Druck p in der EMI-Messkammer:**
  Druckunterschiede innerhalb des EMI werden vernachlässigt. $|\delta p| \approx 0\ \mathrm{bar}$
- **Volumendichte $\rho(\vartheta,p)$ des Prüfmediums:**
  Die Dichte bei der gemessenen EMI-Kammertemperatur ϑ und Atmosphärendruck p wird durch lineare Interpolation aus gemessenen Dichtewerten bei den Referenztemperaturen ϑ_1 und ϑ_2 ermittelt.
  - Referenztemperatur 1: $\vartheta_1 = 20\ °\mathrm{C}$
  - Gemessene Dichte bei Referenztemperatur 1: $\rho_1 = 0{,}820\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
  - Referenztemperatur 2: $\vartheta_2 = 80\ °\mathrm{C}$
  - Gemessene Dichte bei Referenztemperatur 2: $\rho_2 = 0{,}778\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
  - Unsicherheiten $\delta\vartheta$ und $\delta\rho$ der Referenzpunkte (ϑ_1; ρ_1) und (ϑ_2; ρ_2) sowie Abweichungen der Funktion $\rho(\vartheta)$ von einer Geraden werden als vernachlässigbar bewertet
  - Dichteänderungen $\delta\rho$ aufgrund von Druckschwankungen δp werden als vernachlässigbar betrachtet $|\delta\rho(\vartheta, \delta p)| \approx 0\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$

- **(Unkorrigiertes) Volumen V‘ der EMI-Messkammer:**
  Der Kolbenweg wird mit einem LVDT-Geber (Linear Variable Differential Transformer) gemessen. Die ermittelten Werte über den Referenzwerten des Wegmesssystems aufgetragen ergibt eine S-förmige Kurve. Mit Hilfe einer Korrekturtabelle des EMI-Herstellers wird die S-Form korrigiert und damit die Kennlinie des LVDT-Gebers linearisiert. Die daraus je Einspritzvorgang resultierende Abweichung wird im Datenblatt des EMI-Herstellers als Abweichung $\delta V'$ vom (unkorrigierten) Nominalvolumen V‘ der EMI-Kammer angegeben. $\left|\delta V'\right| \leq 0{,}1\,\mathrm{mm}^3$

- **(Unkorrigierter) Anzeigewert m‘ des EMI:**
  Es wird angenommen, dass die Messgröße mit einer Messabweichung behaftet ist, die insbesondere durch Streuung der eingespritzten Masse und (nicht durch Linearisierung bedingte) Abweichungen des LVDT-Gebers verursacht wird. Diese Abweichung wird anhand der Standardabweichung von n_M Wiederholmessungen abgeschätzt (Messwerte x_i siehe Tabelle 14). $n_M = 5$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n_M - 1}\sum_{i=1}^{n_M}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$

- **Durchmesser d des EMI-Messkolbens:**
  Der Durchmesser wird konstant mit d = 16,97mm angenommen (Mittelwert aus der Fertigung). Abweichungen δd durch Exemplarstreuung sind im Korrekturwert k_f enthalten.
  - Durchmesser des Messkolbens $d = 1{,}697\ \mathrm{cm}$
  - Exemplarstreuung $\left|\delta d\right| \approx 0\ \mathrm{cm}$

- **Messunsicherheit der Waage:**
  Die Messunsicherheit des Normalgerätes (Waage) wird vom Kalibrierlabor angegeben.
  - Referenzwert $m_0 = 200\ \mathrm{g}$
  - Erweiterte Messunsicherheit ($k_p = 2$) $U_0 = 0{,}184\ \mathrm{g}$

- **Anzahl Einspritzungen n je Messergebnis:**
  Es wird stets die Gesamtmasse von n Einspritzvorgängen gewogen. Dabei ist gewährleistet, dass stets exakt n Einspritzungen ausgewertet werden.
  - Anzahl Einspritzungen je Wägevorgang $n = 1000$
  - Abweichungen von der Soll-Zahl Einspritzungen $\left|\delta n\right| = 0$

J.7.1 Justierung und Unsicherheit des EMI-Messgerätes

<u>Modellgleichung</u>

Die Modellgleichung ist durch Gl. (J.5) gegeben. In dieser Form beinhaltet die Gleichung den Kolbenweg x und den Korrekturfaktor k_f als Eingangsgrößen. Für diese Größen stehen Informationen zu Unsicherheiten jedoch nicht unmittelbar zur Verfügung. Dies verkompliziert die Berechnungen in der Regel erheblich. Deshalb ist es vorteilhaft, die Modellgleichung algebraisch umzuformen und möglichst nur durch solche Größen darzustellen, für die direkte Unsicherheitsangaben verfügbar sind.

Zunächst wird Gl. (J.8) für k_f umgeformt. Erweiterung des Terms unter der Wurzel mit $(d/2)^2$ und Definition des unkorrigierten EMI-Anzeigewertes m‘ und EMI-Kammervolumens V‘ gemäß

$$m' = \rho(T,p) \cdot V' = \rho(\vartheta,p) \cdot x \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \tag{J.9}$$

ergibt

$$k_f = 2 \cdot \sqrt{\frac{m_0}{\rho(\vartheta,p) \cdot x \cdot \pi}} - d = \left(\sqrt{\frac{m_0}{m'}} - 1\right) \cdot d \tag{J.10}$$

Gl. (J.10) nach $(d + k_f)/2$ aufgelöst und in die Modellgleichung Gl. (J.5) eingesetzt ergibt

$$m = \rho \cdot x \cdot \pi \cdot \left(\frac{d + k_f}{2}\right)^2 = \rho \cdot x \cdot \pi \cdot \left(\sqrt{\frac{m_0}{m'}} \cdot \frac{d}{2}\right)^2 = \rho \cdot x \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \frac{m_0}{m'} = \rho \cdot V' \cdot \frac{m_0}{m'} \tag{J.11}$$

Damit wird der korrigierte EMI-Anzeigewert m ausschließlich durch Eingangsgrößen dargestellt, für die (direkt ablesbare, unkorrigierte) Messwerte und (voneinander unabhängige) Unsicherheitsangaben verfügbar sind.

<u>Messergebnisse</u>

Messung Nr.		1	2	3	4	5	Mittelwert	Standard-abweichung
Anzeigewert Waage	m_0 / g	200,35	200,40	200,42	200,44	200,45	200,412	0,039623
Anzeigewert EMI (unkorrigiert)	m‘ / g	200,24	200,24	200,28	200,32	200,31	200,278	0,037683
Kammertemperatur EMI	ϑ / °C	67,30	67,45	67,40	67,33	67,40	67,376	0,060249

Tabelle 14: Anzeigewerte für Einspritzmasse Waage und EMI mit gemessener EMI-Kammertemperatur
(Massen jeweils aufsummiert über 1000 Einspritzvorgänge)

<u>Korrektion (Justierung)</u>

Mit den vorstehenden Eingangsgrößen, der bei der mittleren EMI-Kammertemperatur $\overline{\vartheta} = 67{,}376\ °C$ linear interpolierten Volumendichte

$$\rho(\vartheta,p) = \frac{\rho(\vartheta_2,p) - \rho(\vartheta_1,p)}{T_2 - T_1} \cdot (\vartheta - \vartheta_1) + \rho(\vartheta_1,p)$$

$$= \frac{0{,}778\ \frac{g}{cm^3} - 0{,}820\ \frac{g}{cm^3}}{80\ °C - 20\ °C}(67{,}376\ °C - 20\ °C) + 0{,}820\ \frac{g}{cm^3} = 0{,}786837\ \frac{g}{cm^3} \tag{J.12}$$

und den Mittelwerten $\overline{m}_0$ und $\overline{m}'$ der Messdaten wird die Korrektion k_f nach Gleichung (J.10) berechnet:

$$k_f = \left(\sqrt{\frac{\overline{m}_0}{\overline{m}'}} - 1\right) \cdot d = \left(\sqrt{\frac{200{,}412\ g}{200{,}278\ g}} - 1\right) \cdot 1{,}697\ cm = 0{,}000568\ cm \tag{J.13}$$

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen

- **Unsicherheit durch die Temperatur ϑ in der Messkammer**
  Die Standardunsicherheit wird mangels genauerer Kenntnisse aus der Kalibrierunsicherheit des Thermoelementes unter Annahme einer Rechteckverteilung ermittelt:
  $$u_\vartheta = \frac{|\delta\vartheta|}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}5}{\sqrt{3}}\,\mathrm{K} = 0{,}288676\,\mathrm{K}$$
  Die Temperatur beeinflusst die Volumendichte des Prüfmediums. Der zugehörige Sensitivitätskoeffizient berechnet sich gemäß
  $$c_\vartheta = \frac{\partial m}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial\vartheta} = \frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\cdot V'\cdot\frac{m_0}{m'}\right)\cdot\frac{\partial\rho}{\partial\vartheta} = V'\cdot\frac{m_0}{m'}\cdot\frac{\delta\rho}{\delta\vartheta} = \frac{m_0}{\rho(\vartheta,p)}\cdot\frac{\rho(\vartheta_2,p)-\rho(\vartheta_1,p)}{\vartheta_2-\vartheta_1}$$
  $$= \frac{200{,}412\,\mathrm{g}}{0{,}786837\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}}\cdot\frac{0{,}778\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}-0{,}820\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}}{80\,^\circ\mathrm{C}-20\,^\circ\mathrm{C}} = -\,0{,}178294\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{K}}$$
  Dabei wird die Beziehung $m' = \rho\cdot V'$ genutzt. Für $\rho(\vartheta,p)$ wird der nach Gl. (J.12) für $\overline{\vartheta} = 67{,}376\,^\circ\mathrm{C}$ interpolierte Wert eingesetzt, für m_0 der Mittelwert $\overline{m}_0$ der Anzeigewerte der Waage. Der Term $\partial\rho/\partial\vartheta$ wird durch die Steigung der Geraden zur linearen Interpolation der Volumendichte genähert.

- **Unsicherheit durch den Druck p in der Messkammer**
  Wegen $|\delta p| \approx 0\,\mathrm{bar}$ wird $u_p = 0\,\mathrm{bar}$ angenommen. Die Berechnung des Sensitivitätskoeffizienten erübrigt sich damit.

- **Unsicherheit durch das (unkorrigierte) Volumen V‘ der Messkammer**
  Die Standardunsicherheit errechnet sich auf Basis der Herstellerangaben unter Annahme einer Normalverteilung zu
  $$u_{V'} = \frac{|\delta V'|}{2} = \frac{0{,}1}{2}\,\mathrm{cm}^3 = 0{,}05\,\mathrm{cm}^3$$
  Der zugehörige Sensitivitätskoeffizient berechnet sich gemäß
  $$c_{V'} = \frac{\partial m}{\partial V'} = \frac{\partial}{\partial V'}\left(\rho\cdot V'\cdot\frac{m_0}{m'}\right) = \rho(\vartheta,p)\cdot\frac{m_0}{m'} = 0{,}786837\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\cdot\frac{200{,}412\,\mathrm{g}}{200{,}278\,\mathrm{g}} = 0{,}787363\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$$
  Für $\rho(\vartheta,p)$ wird der nach Gl. (J.12) für $\overline{\vartheta} = 67{,}376\,^\circ\mathrm{C}$ interpolierte Wert eingesetzt, für m_0 der Mittelwert $\overline{m}_0$ der Anzeigewerte der Waage, für m' der Mittelwert $\overline{m}'$ der unkorrigierten EMI-Anzeigewerte.

- **Unsicherheit durch begrenzt genaue Wiederholbarkeit der (unkorrigierten) EMI-Anzeigewerte m‘**
  Die Unsicherheit wird anhand der Standardabweichung der EMI-Anzeigewerte ermittelt:
  $$s_{m'} = \sqrt{\frac{1}{n_M-1}\sum_{i=1}^{n_M}\left(m_i'-\overline{m'}\right)^2}$$
  ergibt mit $n_M = 5$ und den Messergebnissen aus Tabelle 14 den Wert
  $s_{m'} = 0{,}037683\,\mathrm{g}$.
  Als Standardunsicherheit wird die entsprechende Standardabweichung der Mittelwerte verwendet:
  $$u_{m'} = \frac{s_{m'}}{\sqrt{n_m}} = \frac{0{,}037683\,\mathrm{g}}{\sqrt{5}} = 0{,}016853\,\mathrm{g}$$
  Für den zugehörigen Sensitivitätskoeffizienten gilt
  $$c_{m'} = \frac{\partial m}{\partial m'} = \frac{\partial}{\partial m'}\left(\rho\cdot V'\cdot\frac{m_0}{m'}\right) = \rho\cdot V'\cdot\left(-\frac{m_0}{m'^2}\right) = m'\cdot\left(-\frac{m_0}{m'^2}\right) = -\frac{m_0}{m'} = -\frac{200{,}412\,\mathrm{g}}{200{,}278\,\mathrm{g}} = -1{,}000669$$
  Dabei wird die Beziehung $m' = \rho\cdot V'$ genutzt. Für m_0 wird der Mittelwert $\overline{m}_0$ der Anzeigewerte der Waage eingesetzt, für m' der Mittelwert $\overline{m}'$ der unkorrigierten EMI-Anzeigewerte.

- **Unsicherheit durch Abweichungen vom Soll-Durchmesser d des Messkolbens**
  Wegen $|\delta d| \approx 0\,\text{mm}$ wird $u_d = 0\,\text{mm}$ angenommen. Die Berechnung des Sensitivitätskoeffizienten erübrigt sich damit.
- **Unsicherheit durch Abweichungen von der Soll-Anzahl n der Einspritzungen**
  Wegen $|\delta n| \approx 0$ wird $u_n = 0$ angenommen. Die Berechnung des Sensitivitätskoeffizienten erübrigt sich damit.
- **Unsicherheit der Anzeigewerte m_0 des Normalgerätes (Waage)**
  - **Messunsicherheit des Wägeprozesses**
    Die Standardunsicherheit wird aus den Angaben zur erweiterten Messunsicherheit U_0 und zum Erweiterungsfaktor k_p der Waage berechnet:
    $$u_0 = \frac{U_0}{k_p} = \frac{0{,}184\ \text{g}}{2} = 0{,}092\ \text{g}$$
    Für den zugehörigen Sensitivitätskoeffizienten gilt
    $$c_0 = \frac{\partial m}{\partial m_0} = \frac{\partial}{\partial m_0}\left(\rho \cdot V' \cdot \frac{m_0}{m'}\right) = \rho \cdot V' \cdot \left(\frac{1}{m'}\right) = m' \cdot \left(\frac{1}{m'}\right) = 1$$
  - **Unsicherheit durch begrenzt genaue Wiederholbarkeit von Messergebnissen (Streuung)**
    Es wird vorausgesetzt, dass derjenige Anteil der Streuung, der als Eigenschaft der Waage zu betrachten ist (inhärente Streuung), in der Kalibrierunsicherheit U_0 berücksichtigt ist. Es wird weiter angenommen, dass darüber hinausgehende Streuungsanteile auf die Streuung der Einspritzmassen in die EMI-Kammer zurückzuführen sind und damit bereits mit der Streuung der EMI-Anzeigewerte berücksichtigt sind.

<u>Standardunsicherheit der Ergebnisgröße: Korrigierter EMI-Anzeigewert für die Einspritzmasse m</u>

$$u_m = \sqrt{(c_\vartheta \cdot u_\vartheta)^2 + (c_{V'} \cdot u_{V'})^2 + (c_{m'} \cdot u_{m'})^2 + (c_0 \cdot u_0)^2}$$

$$\approx \sqrt{\left(-0{,}178294\ \frac{\text{g}}{°\text{C}} \cdot 0{,}288676\ °\text{C}\right)^2 + \left(0{,}787363\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 0{,}050000\ \text{cm}^3\right)^2 + (-1{,}000669 \cdot 0{,}016853\ \text{g})^2 + (1{,}000000 \cdot 0{,}092000\ \text{g})^2}$$

$$\approx \sqrt{(-0{,}051470)^2 + 0{,}039369^2 + 0{,}016865^2 + 0{,}092000^2}\ \text{g}$$

$$\approx \sqrt{0{,}002649160900 + 0{,}001549918161 + 0{,}000284428225 + 0{,}008464000000}\ \text{g}$$

$$\approx \sqrt{0{,}012948}\ \text{g} \approx 0{,}113789\ \text{g}$$

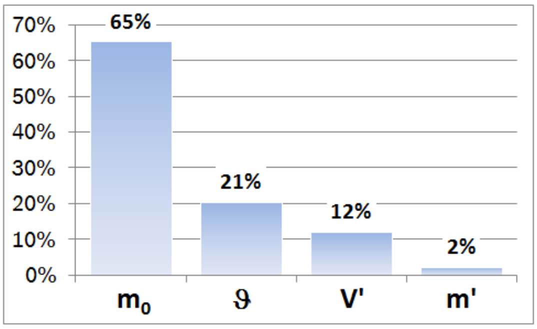


Abbildung 25: Pareto-Diagramm der Unsicherheitsbeiträge $(c_i \cdot u_i)^2$ zur Standardunsicherheit von m

Erweiterte Messunsicherheit

Für das EMI-Messgerät berechnet sich die erweiterte Messunsicherheit U_m mit $k_p = 2$ zu

$$U_m = k_p \cdot u_m = 2 \cdot 0{,}113789\ \text{g} = 0{,}227578\ \text{g} \approx 0{,}228\ \text{g}$$

ANMERKUNG: Die erweiterte Messunsicherheit der Ausgangsgröße basiert unter anderem auf einer Eingangsgröße, die aus nur n_M = 5 Messergebnissen ermittelt wird (ν = 4 Freiheitsgrade). Nach Anhang D.3 soll in solchen Fällen überprüft werden, ob die effektive Anzahl Freiheitsgrade ν_{eff} der Ausgangsgröße mindestens die Größenordnung 15 … 20 erreicht. Andernfalls ist ein höherer, auf ν_{eff} abgestimmter Erweiterungsfakor k_p zu verwenden. Unter der Annahme, dass die Unsicherheitsangaben für das EMI-Kammervolumen und die Anzeige der Waage als maximal 80 % gesichert betrachtet werden dürfen, resultieren effektiv 27 Freiheitsgrade, d. h. k_p = 2,097 bei Vertrauensniveau 95,45 %. k_p = 2 anstelle von 2,097 gilt in der Regel als akzeptabel. Bei maximal 75 % resultieren noch 18 Freiheitsgrade (k_p = 2,149).

Vollständiges Messergebnis

Für das justierte EMI-Messgerät ergibt sich damit für die Messdaten des vorliegenden Falls das vollständige Messergebnis (für 1000 Einspritzvorgänge) zu

$$\overline{m} \pm U_m = 200{,}412\ \text{g} \pm 0{,}228\ \text{g}$$

Dies bedeutet, dass der richtige Wert des Messergebnisses mit einem Grad des Vertrauens von 95,45 % im Bereich (200,412 ± 0,228) g zu erwarten ist, d. h. zwischen 200,184 g und 200,640 g.

J.7.2 Kalibrierung des EMI-Messgerätes

Messergebnisse

Messung Nr.		1	2	3	4	5	Mittelwert	Standard-abweichung
Einspritzmasse EMI	m / g	200,47	200,47	200,46	200,51	200,53	200,488	0,030332
Einspritzmasse Waage	m_0 / g	200,47	200,49	200,48	200,49	200,51	200,488	0,014832
Differenz	Δm / g	0,00	– 0,02	– 0,02	0,02	0,02	0,0	0,02

Tabelle 15: Kalibrierung EMI, Einspritzmasse Waage und EMI
(*Jeweils aufsummiert über 1000 Einspritzvorgänge)*

Unsicherheit der Abweichung |m – m_0| zwischen Anzeigewert EMI und Waage

Das justierte EMI zeigt beim Messprozess im Kalibrierlabor bei einer mittleren Einspritzmasse von 200,488 g keine Abweichung zum Normalgerät (Waage), d. h. die mittlere Abweichung über 5 Messreihen ist Null (vgl. Tabelle 15).

Messergebnisse gelten mit einem bestimmten Grad des Vertrauens (95,45 % bei k_p = 2) als unterschiedlich, wenn deren Unsicherheitsbereiche nicht überlappen (vgl. Kap. 2.2), d. h. wenn im Fall $m < m_0$ die Bedingung $m + U_m < m_0 - U_0$ erfüllt ist oder im Fall $m_0 < m$ die Bedingung $m_0 + U_0 < m - U_m$ oder allgemein, wenn die Differenz der Messergebnisse betragsmäßig größer ist als die Summe ihrer Unsicherheiten:

$$\frac{|m - m_0|}{U_m + U_0} > 1$$

Wegen $|\overline{m} - \overline{m}_0| = 0$ ist diese Bedingung im vorliegenden Fall grundsätzlich nicht erfüllbar, d. h. die Ergebnisse für m und m_0 sind (im Sinne dieses Kriteriums) als identisch zu betrachten.

Dasselbe gilt für die einzelnen Messreihen. Für die maximale Differenz der Ergebnisse in Tabelle 15 ergibt sich

$$\frac{|m - m_0|}{U_m + U_0} = \frac{\mathrm{MAX}(|m_i - m_{0i}|)}{U_m + U_0} \approx \frac{0{,}02\,\mathrm{g}}{0{,}228\,\mathrm{g} + 0{,}184\,\mathrm{g}} \approx \frac{0{,}02}{0{,}412} \approx 0{,}049 < 1$$

ANMERKUNG: Gleiches gilt bei Anwendung des (kritischeren) Kriteriums nach Anhang G, d. h.

$$\frac{|m - m_0|}{\sqrt{U_m{}^2 + U_0{}^2}} = \frac{\mathrm{MAX}(|m_i - m_{0i}|)}{\sqrt{U_m{}^2 + U_0{}^2}} \approx \frac{0{,}02\,\mathrm{g}}{\sqrt{0{,}228^2\,\mathrm{g}^2 + 0{,}184^2\,\mathrm{g}^2}} \approx \frac{0{,}02}{0{,}293} \approx 0{,}068 < 1$$

J.7.3 Übertragbarkeit der Ergebnisse

Die ermittelte Messunsicherheit gilt für den Messprozess im Kalibrierlabor. Sie kann nur dann unmittelbar auf Messprozesse in anderen Messlabors übertragen werden, wenn diese Prozesse unter identischen Bedingungen ablaufen. Dazu gehört, dass stets die Summen über $n = 1000$ Einspritzvorgänge ermittelt und ausgewertet werden.

ANMERKUNG: Bei Bezug auf einen einzelnen Einspritzvorgang ist für die Berechnungen anstelle der Mittelwertstreuung von n_M = 5 Messreihen mit je 1000 Einspritzungen die um den Faktor $\sqrt{1000}$ größere Einzelwertstreuung zu verwenden.

Die unmittelbare Übertragung des Ergebnisses auf den Einsatz als Messmittel im Rahmen eines komplexen Messprozesses, der sich wesentlich vom Einsatz im Kalibrierlabor unterscheidet, ist nicht möglich. In diesem Fall ist die Messunsicherheitsangabe im Kalibrierschein des EMI als Beitrag zur Messunsicherheit des komplexen Gesamtprozesses zu sehen, die im Rahmen einer Messunsicherheitsstudie speziell für diesen Messprozess zu ermitteln ist.

Informationen über Eingangsgrößen							Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen				Beiträge zur Messunsicherheit der Ergebnisgröße					Ermittlung k_p für Ergebnisgröße		
Lfd. Nr	Benennung	Variable	Maßeinheit	Wert der Variablen	Wert der Unsicher-heits-angabe	Bemerkungen (z.B. Quellen, Erläuterungen, Verweise, Verknüpfungen zu Dokumenten)	Ermittlungsmethode	Anzahl Messwerte *(Methode A)* oder k_p (≥1), V-Niveau (%), Verteilung *(Methode B)*	Zahlenfaktor zur Berechnung der Standard-unsicherheit	Standard-unsicherheit	Sensitivitäts-koeffizient	Beitrag zur Unsicherheit	Beitrag zur Unsicherheit (quadriert)	Anteil an MU-Bilanz $\frac{(c_i \cdot u(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n}(c_i \cdot u(x_i))^2}$	Rang (Ordnung nach Pareto)	Geschätzte Unsicherheit der Unsicher-heitsangabe	Freiheits-grade	Beitrag zum Nenner der Welch-Satterthwaite-Formel
i				x_i	Δx_i		A B	m_i k_p, %, Name	1 oder $\frac{\sqrt{m_i}}{k_p}$	$u(x_i) = \Delta x_i / k_p$	c_i	$c_i * u(x_i)$	$(c_i * u(x_i))^2$	[%]		$\Delta u(x_i) / u(x_i)$	ν_i	$\frac{(c_i \cdot u(x_i))^4}{\nu_i}$
1	Kammertemperatur EMI	ϑ	°C	67,376	0,500000	Herstellerangabe zur Kalibrierung des Thermoelements	B	Rechteck	1,732051	0,288676	-0,178294	-0,051470	0,002649160900	20,46%	2		1E+99	0
2	Kammervolumen EMI (unkorrigiert)	V'	cm^3		0,100000	Herstellerangabe zur Volumenunsicherheit bei Messung mit LVDT-Geber	B	Normal	2,000000	0,050000	0,787363	0,039369	0,001549918161	11,97%	3	20,0%	12	2,0019E-07
3	Anzeige EMI (unkorrigiert)	m'	g		0,037683	Standardabweichung der Anzeigewerte EMI	A	5	2,236068	0,016853	-1,000669	-0,016865	0,000284428225	2,20%	4		4	2,0225E-08
4	Anzeige Waage (Absolutwert)	m_0	g		0,184000	Kalibrierzertifikat Waage: $U(m_0) = 0,184g$; $k_p = 2$	B	Normal	2,000000	0,092000	1,000000	0,092000	0,008464000000	65,37%	1	20,0%	12	5,9699E-06
5	Anzeige Waage (Streuung)	δm_0	g	0,000	0,039623	Standardabweichung der Anzeigewerte Waage in s(m') und $U(m_0)$ enthalten												
6																		
7																		
8																		
9																		
10																		
11																		

Modellgleichung:

$$m = \rho(\vartheta, p) \cdot x \cdot \pi \cdot \left(\frac{d + k_f}{2}\right)^2 = \rho(\vartheta) \cdot V' \cdot \frac{m_0}{m'}$$

Gesamtergebnis:

u_c^2 =	0,012948	100,00%	$\sum_i$ =	6,19E-06
u_c =	0,113789		ν_{eff} =	27
k_p =	2,000		1 - α =	95,450%
U =	**0,228**		k_p =	2,097

Tabelle 16: Unsicherheitsbilanz zum Beispiel „EMI“

J.8 Drucksensor

Ein handelsüblicher Drucksensor wird mittels Druckwaage für den unmittelbaren praktischen Einsatz kalibriert und die entsprechende Messunsicherheit ermittelt. Im Gegensatz zur sogenannten „Kalibrierunsicherheit", die in der Regel auf Kalibrierzertifikaten von Kalibrierlabors angegeben wird und lediglich Unsicherheiten der Kalibrierung im Kalibrierlabor berücksichtigt, werden im vorliegenden Beispiel auch die zusätzlichen Unsicherheiten beim späteren praktischen Einsatz des Sensors berücksichtigt, so dass keine weitere Messunsicherheitsstudie erforderlich ist. Ergänzend werden die Auswirkungen auf die Messunsicherheit quantifiziert, wenn der Sensor außerhalb des kalibrierten Temperaturbereiches eingesetzt und auf Korrektionen verzichtet wird.

J.8.1 Unsicherheit der Kalibrierung des Drucksensors

Beschreibung der Messung

Ein Drucksensor Hottinger P3M wird für den Druckbereich 0 bar $\leq p_N \leq$ 100 bar kalibriert [27]. Der Drucksensor (Kalibriergegenstand, Messobjekt) wird in gereinigtem Zustand auf die Druckwaage (Normalgerät) geschraubt. Der Nominaldruck p_N wird durch Auflegen einer Kombination von Referenzmassen (vgl. Seite 82, Fußnote 26) auf die Druckwaage über die Kolbenfläche erzeugt.

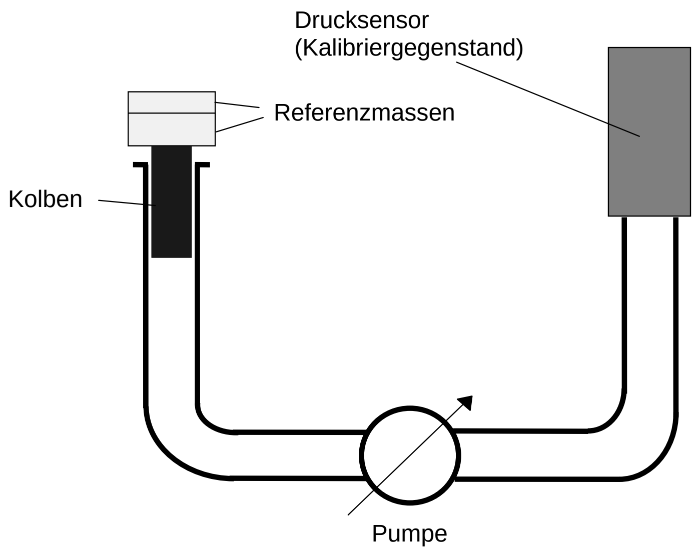


Abbildung 26: Messprinzip einer Druckwaage mit Medium Öl

Eingangsgrößen

- Angaben zum Normal [28] — Druckwaage Haenni ZP 36 (JMM9Q003)

Unsicherheit der Referenzmassen	$U_m = 0{,}0001\,\text{kg}\,;\ k_p = 2$
Fläche des Druckkolbens bei Referenztemperatur ϑ_0	$A_0 = (0{,}040329 \pm 0{,}000018)\,\text{cm}^2\,;\ k_p = 2$
Referenztemperatur	$\vartheta_0 = 20\,°\text{C}$
Temperatureinfluss auf die Kolbenfläche: Volumetrischer thermischer Ausdehnungskoeffizient	$(\alpha + \beta) = 2{,}3 \cdot 10^{-5}\,\text{K}^{-1}$
Deformationseinfluss auf die Kolbenfläche: Deformationsfaktor	$\lambda = (6{,}05 \pm 2{,}02) \cdot 10^{-7}\,\text{bar}^{-1};\ k_p = 2$
Lokale Erdbeschleunigung am Einsatzort [29]: (Ort der Kalibrierung des Drucksensors)	$g = 9{,}80852\,\text{ms}^{-2}$

[27] Alle Druckangaben entsprechen Überdruck bezüglich Normaldruck
[28] Siehe DAkkS-Kalibrierschein für Haenni ZP 36
[29] Nach Angaben der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB)

Für die Kalibrierung des Drucksensors mittels Druckwaage werden folgende kalibrierte Referenzmassen verwendet:

Masse Nr.	Nominaldruck p_N / bar	Masse m / kg
7	40	1,6448
8	40	1,6449
9	20	0,8222
Kolben (K)	20	0,8224

Tabelle 17: Kalibrierung Drucksensor, verwendete Referenzmassen

ANMERKUNG 1: Die Referenzmassen sind mit dem Nominaldruck p_N beschriftet, der beim Auflegen auf die Druckwaage erzeugt wird. Die zugehörigen <u>effektiven</u> Massen m, die Einflüsse durch Auftrieb und Oberflächenspannung des Öls bereits berücksichtigen, werden dem Kalibrierschein entnommen.

- Angaben zum Kalibriergegenstand (Messobjekt) [30]
  Die Abweichung des vom Sensor angezeigten Druckes p′ infolge Temperatureinfluss beträgt im Bereich von –10 °C bis +80 °C maximal 0,1 % pro 10 K. Der Ziffernschritt beträgt 0,01 bar.

- Angaben zum Verfahren
  Bei verschiedenen Druckeinstellungen werden jeweils n = 3 Wiederholmessungen bei Umgebungstemperatur $\vartheta = (23 \pm 0{,}1)$ °C durchgeführt. Die jeweils benötigten Druckwerte werden durch Auflegen passender Kombinationen von Referenzmassen auf die Druckwaage eingestellt.
  BEISPIEL: Der Kolben mit aufliegender Masse Nr. 8 erzeugt den Nominaldruck p_N = (20 + 40) bar = 60 bar.

<u>Modell</u>

$$p = \underbrace{p' + K}_{=p_0} + \underbrace{\delta p_{Cal} + \delta p_m + \delta p_A + \delta p_\vartheta + \delta p_\lambda}_{=\delta p_0 \ (\text{Normal})} + \underbrace{\delta K + \delta p_{\delta\vartheta} + \delta p_{\Delta\vartheta} + \delta p_{Res} + \delta p_{Hys} + \delta p_{Rpt}}_{=\delta p_S \ (\text{Sensor})}$$

mit

p	korrigierter Anzeigewert des Drucksensors (Kalibriergegenstand, Messobjekt),
p'	unkorrigierter Anzeigewert des Drucksensors,
K	Korrektion des Anzeigewertes des Drucksensors,
p_0	von der Druckwaage (Normalgerät) erzeugter Druck (richtiger Wert),
δp_0	**Abweichungen des von der Druckwaage erzeugten Drucks durch …**
δp_{Cal}	… begrenzte Genauigkeit der Kalibrierung der Druckwaage,
δp_m	… begrenzte Genauigkeit der Kalibrierung der Referenzmassen,
δp_A	… begrenzte Genauigkeit der Kolbenfläche,
δp_ϑ	… Temperaturschwankungen während der Sensorkalibrierung,
δp_λ	… begrenzte Genauigkeit der Kolbendeformation,
δp_S	**Abweichungen des vom Drucksensor angezeigten Drucks durch …**
δK	… begrenzte Genauigkeit der Korrektion des Anzeigewertes,
$\delta p_{\delta\vartheta}$	… Temperaturschwankungen während der Sensorkalibrierung,
$\delta p_{\Delta\vartheta}$	… abweichende Umgebungstemperatur beim Sensoreinsatz,
δp_{Res}	… begrenzte Auflösung,
δp_{Hys}	… Hysterese,
δp_{Rpt}	… begrenzte Wiederholbarkeit eines Messergebnisses.

Für alle genannten Abweichungen δp gilt $-\Delta p \le \delta p \le \Delta p$. Dabei bezeichnet δp die schwankende momentane Abweichung (Erwartungswert $\delta p = 0$), Δp die zugehörige maximale Abweichung.

[30] Siehe Datenblatt zu Hottinger P3M

Teilmodell für den bei Nominaldruck p_N von der Druckwaage tatsächlich erzeugten Druck p_0

Beim Einsatz der Druckwaage als Normalgerät sind die Umgebungsbedingungen am Einsatzort zu berücksichtigen, d. h. die Auswirkung der lokalen Erdbeschleunigung g und Umgebungstemperatur ϑ sowie der Referenzmasse m auf die Fläche und Deformation des Kolbens und damit auf den erzeugten Druck.

Druck ist als Kraft F pro Fläche A definiert und Kraft als Masse m mal Beschleunigung, die bei Gewichtskräften durch die lokale Erdbeschleunigung g bestimmt ist. Entsprechend errechnet sich der von der Druckwaage erzeugte Druck:

$$p_0 = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot g}{A} \tag{J.14}$$

Die Fläche A errechnet sich laut Kalibrierschein nach folgender Formel (vgl. [EURAMET]):

$$A = A_0 \cdot \underbrace{\left(1 + \lambda \cdot p_0^*\right)}_{= f_\lambda} \cdot \underbrace{\left\{1 + (\alpha + \beta) \cdot (\vartheta - \vartheta_0)\right\}}_{= f_\vartheta} \tag{J.15}$$

mit

A_0	Kolbenfläche bei Referenztemperatur $\vartheta_0 = 20\ °C$ und Referenzdruck $p = 0\ \text{bar}$,
f_λ	Korrekturfaktor: Berücksichtigung von Flächenänderungen infolge Kolbendeformation durch aufliegende Referenzmassen,
λ	Deformationsfaktor,
p_0^*	Erzeugter Druck p_0 oder Näherungswert [EURAMET],
f_ϑ	Korrekturfaktor: Berücksichtigung von Abweichungen der Umgebungstemperatur ϑ von der Referenztemperatur ϑ_0,
$\alpha + \beta$	Thermischer Ausdehungskoeffizient,
ϑ	Umgebungstemperatur am Einsatzort der Druckwaage,
ϑ_0	Referenztemperatur: Umgebungstemperatur am Ort der Kalibrierung der Druckwaage.

Für den Druck p_0^* wird anstelle von p_0 der Nominalwert p_N als Näherungswert eingesetzt:

$$p_0^* \approx p_N \tag{J.16}$$

Die Gln. (J.16) und (J.15) in Gl. (J.14) eingesetzt ergibt

$$p_0 = \frac{m \cdot g}{A_0 \left(1 + \lambda \cdot p_N\right) \cdot \left\{1 + (\alpha + \beta) \cdot (\vartheta - \vartheta_0)\right\}} \tag{J.17}$$

ANMERKUNG 2: Voraussetzung für sinnvolle Ergebnisse ist, dass alle Parameter in Maßeinheiten in die weiteren Berechnungen eingehen, die „miteinander verträglich" sind. Wird z. B. der Druck einmal in bar und einmal in N/m^2 in derselben Formel verwendet, kann das Ergebnis mehrere Größenordnungen vom richtigen Ergebnis abweichen. Alle Eingangsparameter sollten deshalb vorzugsweise in SI-Basiseinheiten umgerechnet werden (z. B. mbar oder bar in N/m^2). Im vorliegenden Beispiel werden Flächen gemäß 1 cm^2 = 10^{-4} m^2 umgerechnet und Druck gemäß 1 bar = 10^5 N/m^2 mit 1 N = 1 kg·m/s^2.

ANMERKUNG 3: Wird anstelle von Gl. (J.16) das Modell auf Basis von p_0 = p_0 mit p_0 nach Gl. (J.14) hergeleitet, geht Gl. (J.15) in eine quadratische Gleichung für die Fläche A über. Entsprechend der komplizierteren Lösung für A verkompliziert sich die Modellgleichung für p_0. Der Vergleich der berechneten Zahlenwerte zeigt allerdings, dass beide Gleichungsvarianten bei allen weiteren Berechnungen zu denselben Ergebnissen führen.*

ANMERKUNG 4: Bei allen, insbesondere aber den zu Vergleichszwecken durchgeführten Berechnungen erweist sich im vorliegenden Beispiel als besonders wichtig, Rundungen von Zwischenergebnissen möglichst zu vermeiden, da die Zwischenergebnisse Zahlenwerte sehr unterschiedlicher Größenordnung besitzen können. Sind Zwischenergebnisse nicht zu vermeiden (z. B. bei manuell durchgeführten Berechnungen), ist unbedingt zu beachten, dass eine bestimmte Mindestanzahl signifikanter Stellen nicht unterschritten wird, um ein unverfälschtes Endergebnis mit reproduzierbaren Zahlenwerten sicherzustellen. Speziell im vorliegenden Beispiel hat sich bewährt, Zwischenergebnisse auf <u>minimal</u> 7 signifikante Stellen zu runden (d. h. bei Zehnerpotenzdarstellung mit sogenannter normalisierter Mantisse auf 1 Vorkommastelle mit 6 Nachkommastellen wie z. B. 1,234567·10^8).

Messergebnisse

Wiederholmessungen bei unterschiedlich eingestelltem Nominaldruck p_N am Normalgerät ergeben folgende Anzeigewerte p_S des Drucksensors:

Aufgelegte Massen Nr.	Nominaldruck p_N / bar	Anzeigewerte Sensor			Mittelwert $\overline{p}_S$ / bar	Standardabweichung s_S / bar
		Messreihe 1 p_S / bar	Messreihe 2 p_S / bar	Messreihe 3 p_S / bar		
—	0	0,00	0,00	-0,02	-0,007	0,012
Kolben (K)	20	20,02	20,02	20,01	20,017	0,006
K + 9	40	40,03	40,03	40,01	40,023	0,012
K + 8	60	60,09	60,09	60,09	60,090	0,000
K + 8 + 9	80	80,03	80,03	80,03	80,030	0,000
K + 7 + 8	100	99,95	99,95	99,94	99,947	0,006
K + 7 + 8	100	99,95	99,95	99,94	99,947	0,006
K + 8 + 9	80	80,09	80,08	80,07	80,080	0,012
K + 8	60	60,15	60,16	60,16	60,157	0,006
K + 9	40	40,08	40,07	40,08	40,077	0,006
Kolben (K)	20	20,05	20,06	20,05	20,053	0,006
—	0	0,00	-0,02	0,00	-0,007	0,012

Tabelle 18: Kalibrierung Drucksensor, vom Sensor angezeigte Werte

Die Mittelwerte $\overline{p}_S$ werden als unkorrigierte Messergebnisse p' betrachtet: $p' = \overline{p}_S$.

Korrektion

- **Bei Nominaldruck p_N tatsächlich erzeugter Druck p_0 der Druckwaage**

  Nach Gl. (J.17) ergibt sich z. B. für Nominaldruck $p_N = 100\,\text{bar}$ der tatsächlich wirkende Druck

$$p_0 = \frac{4{,}1121\,\text{kg} \cdot 9{,}80852\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}040329 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2 \cdot \left\{1 + 6{,}05 \cdot 10^{-7}\,\dfrac{1}{10^5\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}} \cdot 100 \cdot 10^5\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}\right\} \cdot \left\{1 + 2{,}3 \cdot 10^{-5}\,\dfrac{1}{\text{K}} \cdot (23 - 20)\,\text{K}\right\}}$$

$$= 99{,}9985 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 99{,}9985\,\text{bar}$$

ANMERKUNG 5: Die aufliegende Masse $m = m_K + m_7 + m_8$ wird mit den Werten nach Tabelle 17 berechnet.

Dieselbe Rechnung ergibt für alle verwendeten Massenkombinationen:

Aufgelegte Massen Nr.	Nominaldruck p_N / bar	Erzeugter Druck p_0 / bar
—	0	0,0000
Kolben (K)	20	20,0002
K + 9	40	39,9950
K + 8	60	60,0015
K + 8 + 9	80	79,9954
K + 7 + 8	100	99,9985

Tabelle 19: Kalibrierung Drucksensor, am Ort der Sensorkalibrierung wirkender Druck

- **Ermittlung der erforderlichen Korrektionen für die Anzeigewerte des Drucksensors**

Zwischen dem bei der Kalibrierung tatsächlich wirkenden Druck der Druckwaage und dem Anzeigewert des zu kalibrierenden Drucksensors besteht die Differenz $\Delta p = \overline{p}_S - p_0$.

Aufgelegte Massen Nr.	Nominal-druck p_N / bar	Erzeugter Druck p_0 / bar	Angezeigter Druck $p' = \overline{p}_S$ / bar	Abweichung Δp / bar	Mittlerer Anzeigewert $\overline{\overline{p}}_S$ / bar	Mittlere Abweichung $\overline{\Delta p}$ / bar
—	0	0,0000	-0,007	-0,007	-0,007	-0,007
Kolben (K)	20	20,0002	20,017	0,017	20,035	0,035
K + 9	40	39,9950	40,023	0,028	40,050	0,055
K + 8	60	60,0015	60,090	0,089	60,124	0,122
K + 8 + 9	80	79,9954	80,030	0,035	80,055	0,060
K + 7 + 8	100	99,9985	99,947	-0,052	99,947	-0,052
K + 7 + 8	100	99,9985	99,947	-0,052	99,947	-0,052
K + 8 + 9	80	79,9954	80,080	0,085	80,055	0,060
K + 8	60	60,0015	60,157	0,155	60,124	0,122
K + 9	40	39,9950	40,077	0,082	40,050	0,055
Kolben (K)	20	20,0002	20,053	0,053	20,035	0,035
—	0	0,0000	-0,007	-0,007	-0,007	-0,007

Tabelle 20: Kalibrierung Drucksensor, erzeugter und angezeigter Druck

Die ermittelten Abweichungen $\Delta p = \overline{p}_S - p_0$ über den mittleren, vom Drucksensor angezeigten Druckwerten $\overline{p}_S$ aufgetragen, ergeben ein sogenanntes Abweichdiagramm (Abbildung 27).

Zur Abschätzung der Korrektionen K wird zunächst bei jedem eingestellten Nominaldruck p_N der Mittelwert $\overline{\Delta p}$ der Abweichungen Δp bei zunehmendem und abnehmendem Druck berechnet und ebenso der Mittelwert $\overline{\overline{p}}_S$ der Anzeigewerte $\overline{p}_S$ (siehe Abbildung 27, gestrichelte Linie).

Das Korrektionsdiagramm wird dann durch eine grafisch angenäherte Ausgleichskurve oder eine rechnerisch ermittelte Regressionskurve durch die Mittelwerte $\overline{\Delta p}$ mit umgekehrten Vorzeichen repräsentiert (Abbildung 28). Im vorliegenden Fall wird die Korrektionskurve durch Regression mittels Polynom 3. Grades approximiert:

$$K\left(\overline{\overline{p}}_S\right) = a_0 + a_1 \cdot \overline{\overline{p}}_S + a_2 \cdot \overline{\overline{p}}_S^{\,2} + a_3 \cdot \overline{\overline{p}}_S^{\,3} \qquad \text{(J.18)}$$

mit $a_0 = 5{,}3973 \cdot 10^{-3}$ bar, $a_1 = -5{,}3202 \cdot 10^{-4}$, $a_2 = -6{,}7279 \cdot 10^{-5}\ \text{bar}^{-1}$ und $a_3 = 7{,}7499 \cdot 10^{-7}\ \text{bar}^{-2}$.

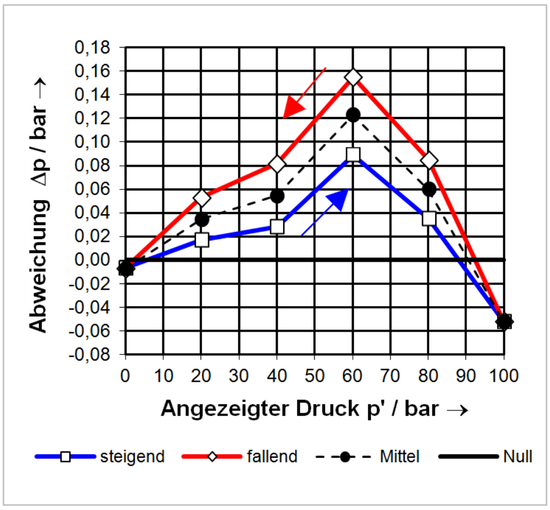


Abbildung 27: Abweichdiagramm

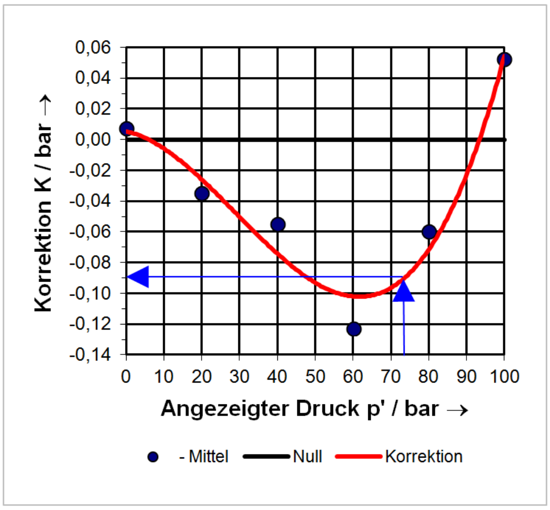


Abbildung 28: Korrektionsdiagramm

- **Korrektion der Anzeigewerte des Drucksensors**

  Ein vom Drucksensor angezeigter Druck p' wird korrigiert, indem der zugehörige Korrekturwert $K(p')$ aus dem Diagramm abgelesen oder entsprechend errechnet und addiert wird:

  $$p_0 = p' + K(p')$$

  BEISPIEL: Der am Drucksensor abgelesene Druck beträgt p' = 72 bar. Aus dem Korrektionsdiagramm Abbildung 28 ergibt sich die Korrektion K = –0,09 bar. Der richtige Druckwert lautet damit:
  p_0 = p' + K = 72 bar + (-0,09) bar = 71,91 bar.

  HINWEIS: Die Korrektion K beinhaltet eine Unsicherheit δK, die ausschließlich durch die Regression versacht wird. Diese Unsicherheit ist im Modell der Messunsicherheit als Eingangsgröße zu berücksichtigen, d. h. zusätzlich zu Unsicherheiten durch Hysterese, Wiederholbarkeit usw.

Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen

Der überwiegende Teil der ermittelten Standardunsicherheiten hängt vom aktuellen Druck ab, d. h. den aufgelegten Referenzmassen. Als Beitrag einer bestimmten Eingangsgröße zur Gesamtunsicherheit wird deshalb die Standardunsicherheit mit dem größten Betrag verwendet, die sich für diese Eingangsgröße bei den verschiedenen Massekombinationen ergibt.

- **Normal: Standardunsicherheit u_{Cal} der Druckwaage infolge Rückführung auf hierarchisch übergeordnete Normale**

  Mit Hilfe der im Kalibrierschein angegebenen Formel wird die erweiterte Messunsicherheit U_{Cal} der Druckwaage für den jeweiligen Druck p_0 berechnet und unter Annahme einer Normalverteilung in eine Standardunsicherheit umgerechnet:

  $$u_{Cal} = \frac{U_{Cal}}{k_p} = \frac{1}{2}\sqrt{4{,}9 \cdot 10^{-5}\ \text{bar}^2 + 1{,}6 \cdot 10^{-7} \cdot {p_0}^2 + 4{,}1 \cdot 10^{-14}\ \text{bar}^{-2} \cdot {p_0}^4}$$

  Der erste Summand unter der Wurzel berücksichtigt die Unsicherheit des DAkkS-Referenznormals [31]. Der zweite Summand berücksichtigt die Messunsicherheit des DAkkS-Normals gegenüber dem DAkkS-Referenznormal. Der dritte Summand berücksichtigt die Deformation des Kolbens des DAkkS-Normals [32]. Der Erweiterungsfaktor wird im DAkkS-Kalibrierschein mit $k_p = 2$ angegeben.

  Beispielsweise ergibt sich für den Druck $p_0 = 99{,}9985\ \text{bar}$

  $$u_{Cal} = \frac{1}{2}\sqrt{4{,}9 \cdot 10^{-5}\ \text{bar}^2 + 1{,}6 \cdot 10^{-7} \cdot (99{,}9985\ \text{bar})^2 + 4{,}1 \cdot 10^{-14}\ \text{bar}^{-2} \cdot (99{,}9985\ \text{bar})^4} \approx 0{,}0203\ \text{bar}$$

  Diese Berechnung wird für jeden in Tabelle 19 enthaltenen Druck p_0 durchgeführt.
  Ergebnis für die betragsmäßig größte auftretende Unsicherheit: $u_{Cal} = 0{,}0203\ \text{bar}$.

Neben Unsicherheiten hierarchisch übergeordneter Nomale, die infolge Rückführung „vererbt" werden, sind Unsicherheiten der Kalibrierung der Referenzmassen, der Kolbenfläche und Kolbendeformation sowie Unterschiede der Umgebungsbedingungen zwischen Einsatzort und Ort der Kalibrierung des Normalgerätes zu berücksichtigen, wie z. B. unterschiedliche Erdbeschleunigung, abweichende Temperatur und Temperaturschwankungen am Einsatzort.

Der tatsächlich wirkende Druck p_0 am Einsatzort wird durch Gl. (J.17) beschrieben. Diese Gleichung stellt ein Teilmodell dar, das den vom Normalgerät am Einsatzort erzeugten Druck p_0 in Abhängigkeit von der aufliegenden Masse m, der Kolbenfläche A_0 im Kalibrierlabor, der Temperatur ϑ am Einsatzort und dem Deformationskoeffizienten λ beschreibt, deren Unsicherheiten (mit Ausnahme von ϑ) im Kalibrierschein dokumentiert sind.

[31] Das DAkkS-Referenznormal ist das nationale Normal der PTB
[32] Siehe auch DAkkS-Kalibrierschein

Die Unsicherheitsbeiträge zu p_0 werden ermittelt, indem die maximale Abweichung einer Eingangsgröße (m, A_0, ϑ, λ) mit Hilfe der Modellgleichung in die entsprechende Abweichung der Ausgangsgröße (p_0) umgerechnet wird. Ist die Abweichung der Eingangsgröße nicht unmittelbar bekannt, verwendet man stattdessen deren erweiterte Unsicherheit U.

ANMERKUNG 5: Nimmt man an, dass eine im Kalibrierschein angegebene Unsicherheit U mit $k_p = 2$ aus den Grenzwerten a_+ und a_- unter Annahme einer Normalverteilung und Vertrauensniveau 95 % ermittelt wurde (vgl. Kap. 4.4.2.2), so entspricht U der maximalen Abweichung Δa vom Mittelwert a der beiden Grenzwerte:

$$\frac{(a_+ - a_-)}{2} = \frac{(a+\Delta a)-(a-\Delta a)}{2} = \Delta a \qquad u = \frac{\Delta a}{2} \qquad U = 2\cdot u = 2\cdot\frac{\Delta a}{2} = \Delta a$$

ANMERKUNG 6: Bei Modellen, die durch Gleichungen wie z. B. Gl. (J.17) geschlossen beschrieben werden, sollen Unsicherheiten vorzugsweise mit Hilfe von Sensitivitätskoeffizienten ermittelt werden (vgl. [GUM] oder Kap. 4.3.4). Um die dabei benötigten Differentiationen zu umgehen, wird allerdings häufig die vorstehend skizzierte Berechnungsmethode angewandt. Diese Methode führt zu identischen Ergebnissen, sofern sich das Modell im Bereich der jeweiligen Unsicherheiten ausreichend linear verhält (Näherung durch Gerade, Nachweis mathematisch anspruchsvoller und außerhalb des Rahmens von Heft 8). Diese Bedingung ist beim vorliegenden Beispiel für alle Modellvarianten erfüllt.

- **Normal: Standardunsicherheit u_m infolge der Unsicherheit U_m der Referenzmassen m_k**

  Die Unsicherheit jeder einzelnen Masse m_k wird im Kalibrierschein (unabhängig vom individuellen Wert m_k) mit $U_m = 0{,}0001\,\text{kg}$ und Erweiterungsfaktor $k_p = 2$ angegeben. Für die Unsicherheit von n_m aufliegenden Massen m_k gilt in diesem Fall

$$\underbrace{\sqrt{{U_m}^2 + {U_m}^2 + {U_m}^2 + \ldots + {U_m}^2}}_{n_m \text{ Summanden}} = \sqrt{n_m \cdot {U_m}^2} = \sqrt{n_m}\cdot U_m$$

Die Grenzwerte von p_0 bzgl. der Gesamtmasse m der aufgelegten Referenzmassen werden durch Einsetzen der Extremwerte $m + \sqrt{n_m}\cdot U_m$ und $m - \sqrt{n_m}\cdot U_m$ anstelle von m in Gl. (J.17) ermittelt:

$$p_0^{(+)} = \frac{\left(m + \sqrt{n_m}\cdot U_m\right)\cdot g}{A_0(1+\lambda\cdot p_N)\cdot\{1+(\alpha+\beta)\cdot(\vartheta-\vartheta_0)\}} \qquad p_0^{(-)} = \frac{\left(m - \sqrt{n_m}\cdot U_m\right)\cdot g}{A_0(1+\lambda\cdot p_N)\cdot\{1+(\alpha+\beta)\cdot(\vartheta-\vartheta_0)\}}$$

Aus den Grenzwerten $p_0^{(+)}$ und $p_0^{(-)}$ wird die Standardunsicherheit der Ausgangsgröße p_0 infolge der Unsicherheit der Massen m nach Kap. 4.4.2.2 unter Annahme einer Normalverteilung ermittelt:

$$\Delta p_0 = \frac{\left|p_0^{(+)} - p_0^{(-)}\right|}{2} \qquad u_m = \frac{1}{2}\Delta p_0 = \frac{\left|p_0^{(+)} - p_0^{(-)}\right|}{4}$$

Beispiel: Für den Nominaldruck $p_N = 100\,\text{bar}$, d. h. $n_m = 3$ aufliegende Massen mit Gesamtmasse $m = m_K + m_7 + m_8 = 4{,}1121\,\text{kg}$ (vgl. Tabelle 17), ergeben sich die Grenzwerte

$$p_0^{(+)} = \frac{\left(4{,}1121 + \sqrt{3}\cdot 0{,}0001\right)\text{kg}\cdot 9{,}80852\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}040329\cdot 10^{-4}\,\text{m}^2\cdot\left(1 + 6{,}05\cdot 10^{-7}\,\frac{1}{10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}\cdot 100\cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)\cdot\left\{1 + 2{,}30\cdot 10^{-5}\,\frac{1}{\text{K}}\cdot(23-20)\,\text{K}\right\}}$$

$$\approx 100{,}002705\cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 100{,}002705\,\text{bar}$$

$$p_0^{(-)} = \frac{\left(4{,}1121\,\text{kg} - \sqrt{3}\cdot 0{,}0001\,\text{kg}\right)\cdot 9{,}80852\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}040329\cdot 10^{-4}\,\text{m}^2 \cdot \left(1 + 6{,}05\cdot 10^{-7}\,\dfrac{1}{10^5\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}}\cdot 100\cdot 10^5\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)\cdot\left\{1 + 2{,}30\cdot 10^{-5}\,\dfrac{1}{\text{K}}\cdot (23-20)\,\text{K}\right\}}$$

$$\approx 99{,}994281\cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 99{,}994281\,\text{bar}$$

und die Standardunsicherheit

$$u_m = \frac{100{,}002705\ \text{bar} - 99{,}994281\,\text{bar}}{4} = 0{,}002106\ \text{bar}$$

Diese Berechnung wird für alle verwendeten Massekombinationen durchgeführt.
Ergebnis für die betragsmäßig größte auftretende Unsicherheit: $|u_m| = 0{,}002106\ \text{bar}$.

- **Normal: Standardunsicherheit u_A infolge der Unsicherheit U_A der Kolbenfläche A_0**

$$U_A = 0{,}000018\ \text{cm}^2 = 0{,}000018\cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$$

Die Extremwerte $A_0 + U_A$ und $A_0 + U_A$ anstelle von A_0 in Gl. (J.17) eingesetzt:

$$p_0^{(+)} = \frac{m\cdot g}{(A_0 + U_A)\cdot(1+\lambda\cdot p_N)\cdot\{1+(\alpha+\beta)\cdot(\vartheta-\vartheta_0)\}} \qquad p_0^{(-)} = \frac{m\cdot g}{(A_0 - U_A)\cdot(1+\lambda\cdot p_N)\cdot\{1+(\alpha+\beta)\cdot(\vartheta-\vartheta_0)\}}$$

Ergebnis für die betragsmäßig größte auftretende Unsicherheit: $|u_A| = 0{,}022316\ \text{bar}$.

- **Normal: Standardunsicherheit u_ϑ infolge Temperaturschwankungen im Bereich $\pm\Delta\vartheta$ während der Messung**

$$\Delta\vartheta = 0{,}1\,°\text{C}$$

Die Extremwerte $\vartheta + \Delta\vartheta$ und $\vartheta - \Delta\vartheta$ anstelle von ϑ in Gl. (J.17) eingesetzt:

$$p_0^{(+)} = \frac{m\cdot g}{A_0\cdot(1+\lambda\cdot p_N)\cdot\{1+(\alpha+\beta)\cdot(\vartheta+\Delta\vartheta-\vartheta_0)\}} \qquad p_0^{(-)} = \frac{m\cdot g}{A_0\cdot(1+\lambda\cdot p_N)\cdot\{1+(\alpha+\beta)\cdot(\vartheta-\Delta\vartheta-\vartheta_0)\}}$$

Ergebnis für die betragsmäßig größte auftretende Unsicherheit: $|u_\vartheta| = 0{,}000115\ \text{bar}$.

- **Normal: Standardunsicherheit u_λ infolge der Unsicherheit U_λ des Deformationsfaktors λ**

$$U_\lambda = 2{,}02\cdot 10^{-7}\,\frac{1}{\text{bar}} = 2{,}02\cdot 10^{-7}\,\frac{1}{10^5\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}}$$

Die Extremwerte $\lambda + U_\lambda$ und $\lambda - U_\lambda$ anstelle von λ in Gl. (J.17) eingesetzt:

$$p_0^{(+)} = \frac{m\cdot g}{A_0\cdot\{1+(\lambda+U_\lambda)\cdot p_N\}\cdot\{1+(\alpha+\beta)\cdot(\vartheta-\vartheta_0)\}} \qquad p_0^{(-)} = \frac{m\cdot g}{A_0\cdot\{1+(\lambda-U_\lambda)\cdot p_N\}\cdot\{1+(\alpha+\beta)\cdot(\vartheta-\vartheta_0)\}}$$

Ergebnis für die betragsmäßig größte auftretende Unsicherheit: $|u_\lambda| = 0{,}001010\ \text{bar}$.

- **Kalibriergegenstand (Messobjekt): Standardunsicherheit u_K der Korrektion**

  Die Unsicherheit wird durch die Differenz $-\overline{\Delta p} - K$ zwischen den Abweichungen $-\overline{\Delta p}$ der Anzeigemittelwerte des Drucksensors bei jedem Druck $\overline{\overline{p}}_S$ und den entsprechenden Werten $K\left(\overline{\overline{p}}_S\right)$ der Regressionskurve abgeschätzt:

Nominaldruck p_N / bar	Abweichung $-\overline{\Delta p}$ / bar	Regression K / bar	Differenz $-\overline{\Delta p} - K$ / bar
0	0,007	0,0054	0,0016
20	-0,035	-0,0260	-0,0090
40	-0,055	-0,0744	0,0194
60	-0,122	-0,1020	-0,0210
80	-0,060	-0,0713	0,0113
100	0,052	0,0544	-0,0024

  Tabelle 21: Differenz zwischen ermittelter Abweichung und berechneter Korrektion

  Die Ursachen der Differenzen werden nicht analysiert und die Differenzen deshalb direkt (d. h. unmodifiziert) als Unsicherheiten betrachtet: $u_K = -\overline{\Delta p} - K$.

  Betragsmäßig größte auftretende Unsicherheit: $\left|u_K\right| = 0{,}0210\ \text{bar}$.

  ANMERKUNG 6: Eine genauere Abschätzung, die zu einem noch geringeren Unsicherheitsbeitrag führen könnte, erfordert die Berücksichtigung der Reststreuung s_R bezüglich der Regressionskurve, der Unsicherheiten der Regressionskoeffizienten und deren Korrelationen. Dies entspricht einer Verallgemeinerung der Vorgehensweise nach Anhang F.2, ist mathematisch sehr anspruchsvoll und liegt außerhalb des Rahmens von Heft 8.
  Im vorliegenden Fall ergibt sich der größere Wert $u_K \leq 0{,}0223$ bar für die maximale Unsicherheit der Korrektion. Dieser Wert gilt insbesondere an den Grenzen p_N = 0 bar und p_N = 100 bar, während er im Zwischenbereich ein Minimum erreicht: $u_K \geq 0{,}0143$ bar.

- **Kalibriergegenstand (Messobjekt): Standardunsicherheit $u_{\delta\vartheta}$ durch Temperaturschwankungen**

  Laut Herstellerdatenblatt des Drucksensors ist im Temperaturbereich $-10\,°C \leq \vartheta \leq +80\,°C$ mit einer temperaturbedingten Abweichung $\delta p_{\delta\vartheta}$ zu rechnen, die pro 10 K Abweichung der Umgebungstemperatur ϑ von der Referenztemperatur ϑ_{Ref} bis 0,1 % vom angezeigten Druck p′ betragen kann:

$$\delta p_{\delta\vartheta} = \frac{\vartheta - \vartheta_{Ref}}{10\,\text{K}} \cdot 0{,}001 \cdot p' \tag{J.19}$$

  Während der Kalibrierung treten Temperaturschwankungen auf bis maximal

$$\Delta\vartheta = 0{,}1\,\text{K}$$

  Referenztemperatur ϑ_{Ref} ist die Soll-Temperatur ϑ während der Kalibrierung des Drucksensors ($\vartheta_{Ref} = \vartheta$), von der die tatsächliche, momentane Umgebungstemperatur maximal um $\pm\Delta\vartheta$ abweichen kann ($\vartheta \pm \Delta\vartheta$). Damit gilt für die maximalen Abweichungen der Anzeigewerte p′ des Drucksensors:

$$\Delta p_{\delta\vartheta}^{(+)} = \frac{\Delta\vartheta}{10\,\text{K}} \cdot 0{,}001 \cdot p' \qquad \text{und} \qquad \Delta p_{\delta\vartheta}^{(-)} = \frac{-\Delta\vartheta}{10\,\text{K}} \cdot 0{,}001 \cdot p'$$

  Daraus errechnet sich die Standardunsicherheit bei Annahme einer Normalverteilung mit Vertrauensniveau 95 % (vgl. Kap. 4.4.2.2):

$$u_{\delta\vartheta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta p_{\delta\vartheta}^{(+)} - \Delta p_{\delta\vartheta}^{(-)}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta\vartheta}{10\,\text{K}} \cdot 0{,}001 \cdot p' \tag{J.20}$$

  Dies ergibt mit $\Delta\vartheta = 0{,}1\,\text{K}$ und $p' = 100\,\text{bar}$ den maximalen Unsicherheitsbeitrag:

$$u_{\delta\vartheta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{0{,}1\,\text{K}}{10\,\text{K}} \cdot 0{,}001 \cdot 100\,\text{bar} = 0{,}0005\,\text{bar}$$

- **Kalibriergegenstand (Messobjekt): Standardunsicherheit $u_{\Delta\vartheta}$ durch Temperaturabweichung**

  Der Drucksensor soll für den praktischen Einsatz im Temperaturbereich $(20 \pm 10)\,°\mathrm{C}$ kalibriert werden. Bei Umgebungstemperaturen ϑ, die von der Referenztemperatur ϑ_{Ref} abweichen, ist mit Abweichungen der Anzeigewerte p' des Drucksensors gemäß Gl. (J.19) zu rechnen.

  Bleibt beim praktischen Einsatz die tatsächliche Umgebungstemperatur ϑ während der Messung unberücksichtigt (d. h. keine Korrektion bzgl. Temperatur), ist die maximale Abweichung von der Referenztemperatur $\vartheta_{\mathrm{Ref}} = 23\,°\mathrm{C}$ (Temperatur während Sensorkalibrierung) anzusetzen, die innerhalb des Temperaturbereiches $(20 \pm 10)\,°\mathrm{C}$ möglich ist:

  $$\Delta\vartheta = \left|10\,°\mathrm{C} - 23\,°\mathrm{C}\right|$$

  Die Berechnung erfolgt nach Gl. (J.20) und ergibt mit $p' = 100\,\mathrm{bar}$ den maximalen Unsicherheitsbeitrag:

  $$u_{\Delta\vartheta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left|10\,°\mathrm{C} - 23\,°\mathrm{C}\right|}{10\,\mathrm{K}} \cdot 0{,}001 \cdot 100\,\mathrm{bar} = 0{,}065\,\mathrm{bar}$$

  ANMERKUNG 7: Die Unsicherheit der Referenztemperatur ϑ_{Ref} wurde im vorigen Abschnitt berücksichtigt.

- **Kalibriergegenstand (Messobjekt): Standardunsicherheit u_{Res} durch begrenzte Auflösung**

  Der Einfluss der Auflösung ist in der Wiederholstandardabweichung s_S der Anzeigewerte p' des Drucksensors enthalten (siehe Tabelle 18) und wird nicht gesondert berücksichtigt:

  $$u_{\mathrm{Res}} = 0\,\mathrm{bar}$$

- **Kalibriergegenstand (Messobjekt): Standardunsicherheit u_{Hys} durch Hysterese des Drucksensors**

  In der Regel ist beim Einsatz des Drucksensors kein spezielles Verfahren vorgeschrieben, so dass die Hysterese nicht ausgeglichen wird und als Unsicherheit zu berücksichtigen ist. Die Werte nach Tabelle 18 ergeben folgende Differenzen der Anzeigewerte (Hysterese):

Nominal-druck p_N / bar	p_N steigend: Anzeigewerte $\overline{p}_S(\uparrow)$ / bar	p_N fallend: Anzeigewerte $\overline{p}_S(\downarrow)$ / bar	Differenz Anzeigewerte $\overline{p}_S(\downarrow) - \overline{p}_S(\uparrow)$ / bar
0	-0,007	-0,007	0
20	20,017	20,053	0,036
40	40,023	40,077	0,054
60	60,090	60,157	0,067
80	80,030	80,080	0,050
100	99,947	99,947	0

  Tabelle 22: Kalibrierung Drucksensor, Hysterese

  Aus Tabelle 22 ergibt sich eine maximale Hysterese von 0,067 bar. Bei Annahme einer U-förmigen Verteilung mit Spanne $\overline{p}_S(\downarrow) - \overline{p}_S(\uparrow)$ = 0,067 bar ergibt sich die maximale Standardunsicherheit:

  $$u_{\mathrm{Hys}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\overline{p}_S(\downarrow) - \overline{p}_S(\uparrow)}{2} \cdot \approx \frac{0{,}067\,\mathrm{bar}}{1{,}414 \cdot 2} = 0{,}024\,\mathrm{bar}$$

- **Verfahren: Standardunsicherheit u_{Rpt} bei der Wiederholbarkeit des Messergebnisses**

  Die maximale Wiederholstandardabweichung s_S der Anzeigewerte p_S des Drucksensors beträgt $s_S = 0{,}012\ \text{bar}$ (siehe Tabelle 18). Bei $n = 3$ Messwerten und Annahme einer Normalverteilung ergibt sich die Standardunsicherheit:

  $$u_{Rpt} = \frac{s_S}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}012\ \text{bar}}{\sqrt{3}} \approx 0{,}007\ \text{bar}$$

Kombinierte Standardunsicherheit der Ergebnisgröße

Die Standardunsicherheit u_C errechnet sich zu:

$$u_C = \sqrt{u_{Cal}^2 + u_m^2 + u_A^2 + u_\vartheta^2 + u_\lambda^2 + u_K^2 + u_{\delta\vartheta}^2 + u_{\Delta\vartheta}^2 + u_{Res}^2 + u_{Hys}^2 + u_{Rpt}^2}$$

$$= \sqrt{\begin{array}{l}(0{,}0203\ \text{bar})^2 + (0{,}002106\ \text{bar})^2 + (0{,}022316\ \text{bar})^2 + (0{,}000115\ \text{bar})^2 + (0{,}001010\ \text{bar})^2 \\ + (0{,}0210\ \text{bar})^2 + (0{,}0005\ \text{bar})^2 + (0{,}065\ \text{bar})^2 + (0{,}000\ \text{bar})^2 + (0{,}024\ \text{bar})^2 + (0{,}007\ \text{bar})^2\end{array}}$$

$$\approx \sqrt{0{,}006207}\ \text{bar} \approx 0{,}079\ \text{bar}$$

Das Pareto-Diagramm (Abbildung 29) der einzelnen Unsicherheitsbeiträge u_i^2 zeigt, dass Abweichungen der Umgebungstemperatur beim Sensoreinsatz von der Temperatur während der Sensorkalibrierung den Hauptbeitrag zur Gesamtunsicherheit liefern. Dieser Beitrag ließe sich durch Temperaturkorrektion signifikant reduzieren.

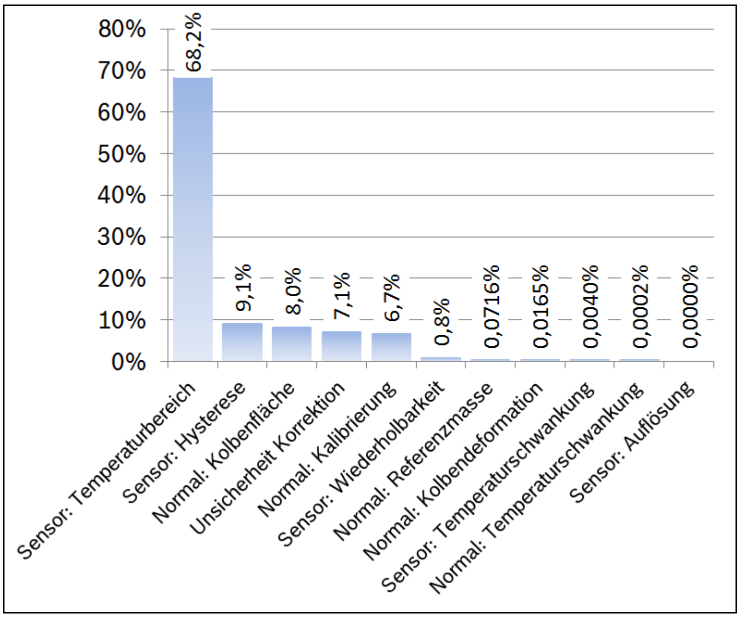


Abbildung 29: Drucksensor; Pareto-Diagramm der Unsicherheitsbeiträge u_i^2

Erweiterte Messunsicherheit

Mit dem Erweiterungsfaktor $k_p = 2$ ergibt sich die erweiterte Messunsicherheit

$$U = k_p \cdot u_C \approx 2 \cdot 0{,}079\ \text{bar} = 0{,}158\ \text{bar}$$

Vollständiges Messergebnis

Für den Drucksensor gilt im Nominaldruckbereich $0\ \text{bar} \le p_N \le 100\ \text{bar}$ bei Einsatz im Temperaturbereich $10\ °\text{C} \le \vartheta \le 30\ °\text{C}$:

$$p = p_0 \pm 0{,}158\ \text{bar} = p' + K(p') \pm 0{,}158\ \text{bar}$$

Informationen über Eingangsgrößen							Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen				Beiträge zur Messunsicherheit der Ergebnisgröße				
Lfd. Nr	Benennung	Variable	Maßeinheit	Wert der Variablen	Wert der Unsicher-heits-angabe	Bemerkungen (z.B. Quellen, Erläuterungen, Verweise, Verknüpfungen zu Dokumenten)	Ermittlungsmethode	Anzahl Messwerte *(Methode A)* oder k_p (≥1), V-Niveau (%), Verteilung *(Methode B)*	Zahlenfaktor zur Berechnung der Standard-unsicherheit	Standard-unsicherheit	Sensitivitäts-koeffizient	Beitrag zur Unsicherheit	Beitrag zur Unsicherheit (quadriert)	Anteil an MU-Bilanz $\frac{(c_i \cdot u(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{n}(c_i \cdot u(x_i))^2}$	Rang (Ordnung nach Pareto)
i				x_i	Δx_i		A B	m_i k_p, %, Name	1 oder $\sqrt{m_i}$ k_p	$u(x_i) = \Delta x_i / k_p$	c_i	$c_i * u(x_i)$	$(c_i * u(x_i))^2$	[%]	
1	Normal: Kalibrierung	δp_{Cal}	bar	0	0,040658	Berechnung siehe Text	B	Normal-verteilung	2,000000	0,020329	1	0,020329	0,000413268	6,7%	5
2	Normal: Referenzmasse	δp_m	bar	0	0,004212	Berechnung siehe Text	B	Normal-verteilung	2,000000	0,002106	1	0,002106	0,000004435	0,0716%	7
3	Normal: Kolbenfläche	δp_{A0}	bar	0	0,044632	Berechnung siehe Text	B	Normal-verteilung	2,000000	0,022316	1	0,022316	0,000498004	8,0%	3
4	Normal: Temperaturschwankung	δp_ϑ	bar	0	0,000230	Berechnung siehe Text	B	Normal-verteilung	2,000000	0,000115	1	0,000115	0,000000013	0,0002%	10
5	Normal: Kolbendeformation	δp_λ	bar	0	0,002020	Berechnung siehe Text	B	Normal-verteilung	2,000000	0,001010	1	0,001010	0,000001020	0,0165%	8
6	Unsicherheit Korrektion	δK	bar	0	0,021000	Berechnung siehe Text	A		1,000000	0,021000	1	0,021000	0,000441000	7,1%	4
7	Sensor: Temperaturschwankung	$\delta p_{\delta\vartheta}$	bar	0	0,001000	Berechnung siehe Text	B	Normal-verteilung	2,000000	0,000500	1	0,000500	0,000000250	0,0040%	9
8	Sensor: Temperaturbereich	$\delta p_{\Delta\vartheta}$	bar	0	0,130000	Berechnung siehe Text	B	Normal-verteilung	2,000000	0,065000	1	0,065000	0,004225000	68,2%	1
9	Sensor: Auflösung	δp_{Res}	bar	0	Abweichungen enthalten in "Sensor, Wiederholbarkeit" (δp_{Rpt})										
10	Sensor: Hysterese	δp_{Hys}	bar	0	0,033500	Berechnung siehe Text	B	U-Verteilung	1,414214	0,023688	1	0,023688	0,000561121	9,1%	2
11	Sensor: Wiederholbarkeit	δp_{Rpt}	bar	0	0,012000	Berechnung siehe Text	A	3	1,732051	0,006928	1	0,006928	0,000047997	0,8%	6
							Gesamtergebnis:					**u_c^2 =**	0,006192	100,000%	
												u_c =	0,079		
												k_p =	2,000		
												U =	**0,158**		

Modellgleichung:

$$p = \underbrace{p' + K}_{=p_0} + \underbrace{\delta p_{Cal} + \delta p_m + \delta p_A + \delta p_\vartheta + \delta p_\lambda}_{=\delta p_0 \text{ (Normal)}} + \underbrace{\delta K + \delta p_{\delta\vartheta} + \delta p_{\Delta\vartheta} + \delta p_{Res} + \delta p_{Hys} + \delta p_{Rpt}}_{=\delta p_S \text{ (Sensor)}}$$

Erwartungswerte: $\delta p = 0$ Abweichungen: $-\Delta p \leq \delta p \leq \Delta p$

Tabelle 23: Unsicherheitsbilanz zum Beispiel „Drucksensor“

Die Korrektion $K(p')$ wird Abbildung 28 entnommen oder nach Gl. (J.18) berechnet.

Dieses Ergebnis bedeutet, dass beim praktischen Einsatz des Drucksensors beispielsweise beim Anzeigewert $p' = 72\text{ bar}$ der richtige Wert des Messergebnisses mit einem Grad des Vertrauens von $95\,\%$ zwischen $72\text{ bar} - 0{,}09\text{ bar} - 0{,}158\text{ bar} \approx 71{,}75\text{ bar}$ und $72\text{ bar} - 0{,}09\text{ bar} + 0{,}158\text{ bar} \approx 72{,}07\text{ bar}$ zu erwarten ist.

J.8.2 Mögliche weitere Unsicherheiten beim Arbeiten mit dem Drucksensor

Beim praktischen Einsatz des Drucksensors wird häufig

- auf die druckabhängige Korrektion des Anzeigewertes verzichtet und
- der Sensor zwar innerhalb des vom Hersteller spezifizierten, jedoch außerhalb des kalibrierten Temperaturbereiches eingesetzt.

Dies ist bei der Unsicherheit von Messergebnissen des Drucksensors zusätzlich zu berücksichtigen.

HINWEIS: Es wird vorausgesetzt, dass eine vernachlässigbare zeitliche Drift des Sensors auftritt (z. B. durch Umwelteinflüsse, Alterung). Andernfalls ist entweder eine entsprechende Berücksichtigung in der Messunsicherheitsbilanz oder eine anderweitig geeignete Maßnahme erforderlich (z. B. Nachjustierung, Ersatz durch neuwertigen Sensor).

Temperaturbereich (20 ± 10) °C ohne Korrektion des Anzeigewertes p‘ des Drucksensors

Wird der Drucksensor zwar im Temperaturbereich $(20 \pm 10)\,°\text{C}$ eingesetzt, jedoch keine druckabhängige Korrektion $K(p')$ durchgeführt, ist die im Druckbereich $0\text{ bar} \le p_N \le 100\text{ bar}$ maximal mögliche Korrektion K der Messunsicherheitsbilanz als weitere Unsicherheitskomponente hinzuzufügen (siehe Anhang F.3):

$$U = k_p \cdot \sqrt{u_C^{\,2} + K^2(p')}$$

Die im Druckbereich $0\text{ bar} \le p_N \le 100\text{ bar}$ maximal erforderliche Korrektion K_{MAX} ergibt sich als Extremwert der Korrektionskurve $K(p')$, der entweder aus **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** abgelesen oder mittels Gl. (J.18) berechnet wird (Nullstelle der 1. Ableitung):

$$K_{MAX} = K(p' \approx 61{,}632\text{ bar}) = -0{,}1022\text{ bar}$$

Erweiterte Messunsicherheit:

$$U = 2 \cdot \sqrt{0{,}006207 + (-0{,}1022)^2}\text{ bar} = 2 \cdot \sqrt{0{,}016655}\text{ bar} \approx 2 \cdot 0{,}129\text{ bar} = 0{,}258\text{ bar}$$

Vollständiges Messergebnis:

$$p = p' \pm 0{,}258\text{ bar}$$

Danach ist für den Sensor eine um den Faktor 1,7 größere Messunsicherheit anzusetzen, wenn auf die Korrektion verzichtet wird. Beispielsweise ist beim Anzeigewert $p' = 72\text{bar}$ der richtige Wert des Messergebnisses mit einem Grad des Vertrauens von $95\,\%$ jetzt zwischen $72\text{ bar} - 0{,}258\text{ bar} \approx 71{,}74\text{ bar}$ und $72\text{ bar} + 0{,}258\text{ bar} \approx 72{,}26\text{ bar}$ zu erwarten, d. h. die fehlende Korrektion wirkt sich bei diesem Anzeigewert hauptsächlich auf den oberen Grenzwert aus.

Temperaturbereich –10 °C ≤ ϑ ≤ +80 °C ohne Korrektion des Anzeigewertes p‘ des Drucksensors

Wird der Drucksensor ohne jede Kenntnis seiner Kalibrierung im gesamten, laut Hersteller zulässigen Temperaturbereich und ohne Korrektionen (Abweichung Sensoranzeige gegenüber Normal, Abweichung Umgebungstemperatur gegenüber Kalibrierlabor) eingesetzt, sind für die Unsicherheitsbeiträge $K(p')$ und $u_{\Delta\vartheta}(p')$ die maximalen Beträge einzusetzen, die im vorgesehen Druck- und Temperaturbereich möglich sind.

Im Bereich $-10\,°C \le \vartheta \le 80\,°C$ ist $\vartheta = 80\,°C$ die Temperatur mit der maximal möglichen Abweichung $\Delta\vartheta$ von der Umgebungstemperatur $\vartheta_{Ref} = 23\,°C$ während der Kalibrierung des Sensors:

$$\Delta\vartheta = \left|80\,°C - 23\,°C\right|$$

Die Berechnung erfolgt nach Gl. (J.20) und ergibt mit $p' = 100\ \text{bar}$ den maximalen Unsicherheitsbeitrag

$$u_{\Delta\vartheta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{80\,°C - 23\,°C}{10\ K} \cdot 0{,}001 \cdot 100\ \text{bar} = 0{,}285\ \text{bar}$$

der in u_C den bisher für den Temperaturbereich $10\,°C \le \vartheta \le 30\,°C$ berücksichtigten Unsicherheitsbeitrag $u_{\Delta\vartheta}$ ersetzt.

Entsprechend berechnet sich die erweiterte Messunsicherheit:

$$U = k_p \cdot \sqrt{{u_C}^2 - {u_{\Delta\vartheta}}^2(10\,°C \le \vartheta \le 30\,°C) + {u_{\Delta\vartheta}}^2(-10\,°C \le \vartheta \le 80\,°C) + K^2(p'_S)}$$

$$U = 2 \cdot \sqrt{0{,}006207 - (0{,}065)^2 + (0{,}285)^2 + (-0{,}1022)^2}\ \text{bar} = 2 \cdot \sqrt{0{,}093655}\ \text{bar} \approx 2 \cdot 0{,}306\ \text{bar} = 0{,}612\ \text{bar}$$

Vollständiges Messergebnis:

$$p = p' \pm 0{,}612\ \text{bar}$$

Danach ist für den Sensor eine um den Faktor 4 größere Messunsicherheit anzusetzen, wenn auf die Korrektion verzichtet wird und zusätzlich nicht gewährleistet ist, dass der Sensor nur innerhalb des kalibrierten Temperaturbereiches $(20 \pm 10)\,°C$ eingesetzt wird. Beispielsweise ist beim Anzeigewert $p' = 72\ \text{bar}$ der richtige Wert des Messergebnisses mit einem Grad des Vertrauens von 95 % dann zwischen $72\ \text{bar} - 0{,}612\ \text{bar} \approx 71{,}39\ \text{bar}$ und $72\ \text{bar} + 0{,}612\ \text{bar} \approx 72{,}61\ \text{bar}$ zu erwarten.

Fazit

Die Ergebnisse zeigen, dass fehlende Korrektion und Einsatz des Sensors außerhalb des kalibrierten Temperaturbereiches zusätzliche Unsicherheiten verursachen, die fast 98 % aller Unsicherheitsbeiträge ${u_i}^2$ zur Gesamtmessunsicherheit ausmachen (Abbildung 30). Beim praktischen Einsatz des Sensors ist deshalb abhängig von der Messaufgabe und konkreten Anforderungen an die Messergebnisse zu entscheiden, ob Zusatzaufwand für die Korrektion vertretbar und Einsatz im kalibrierten Temperaturbereich möglich ist oder eine weitere Korrektion bzgl. Temperatur in Betracht gezogen werden sollte.

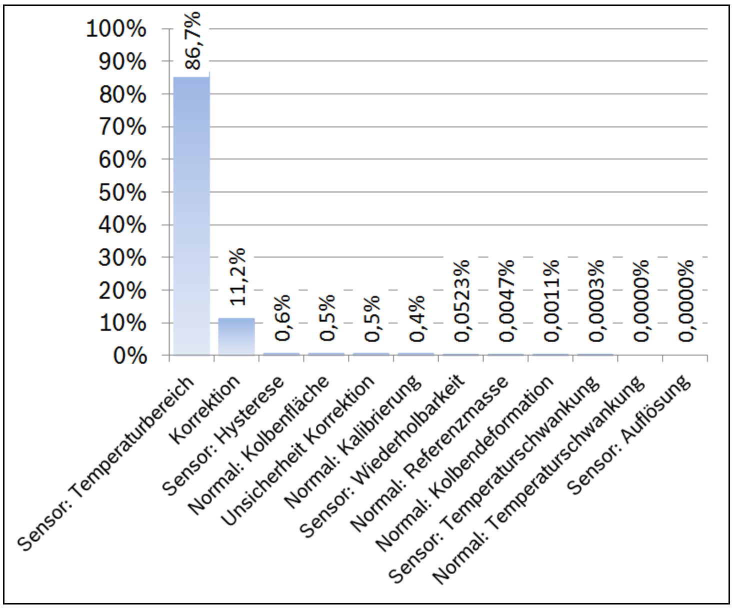


Abbildung 30: Drucksensor; Pareto-Diagramm der Unsicherheitsbeiträge ${u_i}^2$ (ohne Korrektion, $\vartheta \le 80°C$)

Symbolverzeichnis

a	Halbe Breite des Intervalls zwischen den Grenzwerten a_+ und a_-
a_+	Oberer Grenzwert (einer Werteverteilung)
a_-	Unterer Grenzwert (einer Werteverteilung)
α_K	Achsenabschnitt (Korrektion) der Korrekturgeraden (Kalibrierkurve)
β_K	Steigung (Korrektionsfaktor) der Korrekturgeraden (Kalibrierkurve)
c_i	Sensitivitätskoeffizient zur Standardunsicherheit der Eingangsgröße Nr. i
δx_i	Abweichung des Wertes x_i vom richtigen Wert der Eingangsgröße Nr. i
EV	Messmittelstreuung / Wiederholpräzision (engl. **E**quipment **V**ariation / Repeatability)
f	Modellfunktion
i	Index der (unterschiedlichen) Eingangsgrößen; $1 \leq i \leq n$
j	Index der Datensätze zu einer (bestimmten) Eingangsgrößen; $1 \leq j \leq j_P$
j_P	Anzahl zusammengefasster (engl. **p**ooled) Datensätze
k	Index der Werte einer (bestimmten) Eingangsgröße; $1 \leq k \leq m$
K	Korrektion (Korrekturfunktion, Kalibrierkurve)
k_p	Erweiterungsfaktor zur Berechnung der erweiterten Messunsicherheit
m	Anzahl Werte zu einer (bestimmten) Eingangsgröße
n	Anzahl (unterschiedlicher) Eingangsgrößen
m_j	Anzahl Werte im Datensatz j einer (bestimmten) Eingangsgröße
$r(x_i, x_j)$	Korrelationskoeffizient zweier Datensätze der Eingangsgrößen Nr. i und Nr. j
R	Widerstand
$s(x_i)$	Standardabweichung der Werte x_{ik} der Eingangsgröße Nr. i
$s(x_i, x_j)$	Kovarianz zweier Datensätze der Eingangsgrößen Nr. i und Nr. j
$s_j(x_i)$	Standardabweichung des Datensatzes Nr. j der Eingangsgröße Nr. i
s_p	Zusammengefasste (engl. **p**ooled) Standardabweichung
ϑ	Temperatur in °C *(Temperaturdifferenzen in K)*
T	Toleranz des gemessenen Merkmals
$u(\delta x_i)$	Standardunsicherheit der Abweichung des Wertes x_i vom richtigen Wert der Eingangsgröße Nr. i
$u(x_i)$	Standardunsicherheit der Eingangsgröße Nr. i
$u(x_i, x_j)$	Kovarianz der Standardunsicherheiten zweier Datensätze der Eingangsgrößen Nr. i und Nr. j
$u(\bar{x}_i)$	Standardunsicherheit des Mittelwertes der Werte x_{ik} der Eingangsgröße Nr. i
$u(\bar{x}_i, \bar{x}_j)$	Kovarianz der Standardunsicherheiten der Mittelwerte zweier Datensätze der Eingangsgrößen Nr. i und Nr. j
$u_C(y)$	Kombinierte Standardunsicherheit der Messgröße y
U	Erweiterte Messunsicherheit
U_{cal}	Erweiterte Unsicherheit der Kalibrierung
U_{rel}	Erweiterte Messunsicherheit bezogen auf einen Bezugswert

x_i	Wert der Eingangsgröße Nr. i
$\overline{x}_i$	Mittelwert der Werte x_{ik} der Eingangsgröße Nr. i
x_{ik}	Wert Nr. k der Eingangsgröße Nr. i
x_{ijk}	Wert Nr. k im Datensatz j (z. B. Messreihe) zur Eingangsgröße Nr. i
x_m	Referenzwert einer Referenz (engl. master; z. B. Normal, Stabilitätsteil)
y	Wert der Messgröße (Ausgangsgröße, Ergebnisgröße)
y'	Unkorrigierter Wert der Messgröße y („Rohwert“)
y_0	Richtiger Wert der Messgröße y (keine Unsicherheit)

Weitere, nur in einzelnen Kapiteln verwendete Symbole werden im jeweiligen Zusammenhang definiert.

Begriffe

HINWEIS 1: Die nachstehenden Begriffsdefinitionen wurden den jeweils zitierten Richtlinien und Normen entnommen. Zugehörige Anmerkungen wurden nur in Einzelfällen übernommen, wenn sie für das Verständnis eines Begriffes als unmittelbar relevant und/oder unverzichtbar bewertet wurden. Ansonsten wird bzgl. Anmerkungen und Beispielen auf die jeweilige Richtlinie bzw. Norm verwiesen.

*HINWEIS 2: „Redaktionelle Anmerkungen" sind **kein** Bestandteil der jeweiligen Richtlinie oder Norm.*

HINWEIS 3: Es werden vorzugsweise die Begriffsdefinitionen gemäß [VIM] verwendet. Sofern Begriffe nicht in [VIM] enthalten sind, wird die aktuelle Definition aus [GUM] oder den Normen [ISO 3534-2], [ISO 3534-1], [ISO 9000], [ISO 14253], [DIN 1319-4] und [DIN 1319-1] übernommen (oder in einigen Fällen zusätzlich aufgeführt). Nicht genormte Definitionen werden nur verwendet, wenn die genannten Normen keine Definition bereitstellen.

HINWEIS 4: Begriffe, deren Definitionen in der Zusammenstellung enthalten sind, werden bei Verwendung in Definitionen anderer Begriffe fett dargestellt.

Anforderung *(engl. requirement)*
Erfordernis oder Erwartung, das oder die festgelegt, üblicherweise vorausgesetzt oder verpflichtend ist [ISO 9000, 3.1.2]

Anzeige *(engl. indication)*
Von einem **Messgerät** oder **Messsystem** gelieferter **Größenwert** [VIM, 4.1]

Anzeigendes Messgerät *(engl. indicating measuring instrument)*
Messgerät, das ein Ausgangssignal als Träger der Information über den **Wert** der **Größe**, die gemessen wird, liefert

*ANMERKUNG 1: Ein anzeigendes Messgerät kann eine Aufzeichnung seiner **Anzeige** liefern*

ANMERKUNG 2: Ein Ausgangssignal kann in visueller oder akustischer Form erfolgen. Es kann auch an ein oder mehrere andere Geräte übertragen werden.

[VIM, 3.3]

Auflösung *(engl. resolution)*
Kleinste Änderung einer **Messgröße**, die in der entsprechenden **Anzeige** eine merkliche Änderung verursacht [VIM, 4.14]

Auswahleinheit *(engl. sampling unit)*
Einer der einzelnen Teile, in die eine **Grundgesamtheit** gegliedert ist [ISO 3534-1, 1.2]

Beobachteter Wert *(engl. observed value)*
Erhaltener Wert einer Eigenschaft, die mit einem Element der **Stichprobe** verbunden ist
[ISO 3534-1, 1.4]

Einflussgröße *(engl. influence quantity)*
Größe, die sich bei einer direkten **Messung** nicht auf die Größe auswirkt, die gerade gemessen wird, aber die Beziehung zwischen **Anzeige** und dem **Messergebnis** beeinflusst.

*ANMERKUNG 2: Im GUM wird der Begriff „Einflussgröße" so definiert wie in der 2. Ausgabe des VIM, er deckt nicht nur die Größen ab, die sich auf das **Messsystem** auswirken, wie in der Definition oben, sondern auch jene Größen, die sich auf die tatsächlich gemessenen Größen auswirken. Auch ist der Begriff im GUM nicht auf direkte Messungen beschränkt.*

[VIM, 2.52]

Einflußgröße
Größe, die nicht **Meßgröße** ist, jedoch das **Meßergebnis** beeinflußt [GUM, B.2.10; VIM(2), 2.7]

Eingangsgröße des Modells der Messung, Eingangsgröße
(engl. input quantity in a measurement model, input quantity)
Größe, die gemessen werden muss, oder Größe, deren **Wert** man auf andere Weise erhalten kann, um einen **Messwert** einer **Messgröße** zu berechnen. [VIM, 2.50]

Einheit *(engl. item, entity)*
Das, was einzeln beschrieben und betrachtet werden kann [ISO 3534-2, 1.2.11]

*REDAKTIONELLE ANMERKUNG: Nicht zu verwechseln mit „**Maßeinheit**“ (vgl. [VIM, 1.9])*

Ermittlungsmethode A *(engl. type A evaluation)*
Ermittlung einer Komponente der **Messunsicherheit** durch die statistische Analyse von **Messwerten**, die man unter definierten Messbedingungen erhalten hat

*ANMERKUNG 1: Für verschiedene Arten von Messbedingungen siehe unter: **Wiederholbedingung**, **Vergleichbedingung** und **erweiterte Vergleichbedingung***

[VIM, 2.28]

Ermittlungsmethode B *(engl. type B evaluation)*
Ermittlung einer Komponente der **Messunsicherheit** durch andere Methoden als durch die **Ermittlungsmethode A** der Messunsicherheit [VIM, 2.29]

Erweiterte Messunsicherheit *(engl. expanded measurement uncertainty)*
Produkt aus einer **kombinierten Standardunsicherheit** und einem Faktor der größer als eins ist

*ANMERKUNG 2: Die Benennung „Faktor“ in dieser Definition bezieht sich auf **Erweiterungsfaktor***

[VIM, 2.35]

Erweiterte Vergleichbedingung *(engl. reproducibility condition)*
Messbedingung bei einer Menge von Bedingungen, die unterschiedliche Messorte, Bediener, **Messsysteme** und wiederholte Messungen an demselben Objekt oder an ähnlichen Objekten umfasst [VIM, 2.24]

Erweiterungsfaktor *(engl. coverage factor)*
Zahl größer als eins, mit der eine **kombinierte Standardunsicherheit** multipliziert wird, um eine **erweiterte Messunsicherheit** zu erhalten [VIM, 2.38]

(Anzahl der) Freiheitsgrade *(engl. degrees of freedom)*
Anzahl der Ausdrücke in einer Summe, abzüglich der Anzahl von Nebenbedingungen, der diese Ausdrücke der Summe unterliegen [ISO 3534-1, 2.54]

Grenzwert *(engl. specification limit)*
Für ein **Merkmal** festgelegter begrenzender Wert [ISO 3534-2, 3.1.3]

Größe *(engl. quantity)*
Eigenschaft eines Phänomens, eines Körpers oder einer Substanz, wobei die Eigenschaft einen Wert hat, der durch eine Zahl und eine Referenz ausgedrückt werden kann [VIM, 1.1]

Größenart *(engl. kind of quantity)*
Aspekt, der untereinander vergleichbaren **Größen** gemeinsam ist [VIM, 1.2]

Größenwert *(engl. quantity value)*
Zahlenwert und Referenz, die zusammen eine **Größe** quantitativ angeben [VIM, 1.19]

Grundgesamtheit *(engl. population)*
Gesamtheit der betrachteten **Einheiten** [ISO 3534-2, 1.2.1]

<u>Höchstwert</u> *(engl. upper specification limit)*
Grenzwert, der den oberen begrenzenden Wert angibt [ISO 3534-2, 3.1.4]

<u>Kalibrierkurve</u> *(engl. calibration curve)*
Funktion zwischen **Anzeige** und entsprechendem **Messwert**

> *ANMERKUNG: Eine Kalibierkurve drückt eine eindeutige Funktion aus, die kein **Messergebnis** liefert, da sie keine Information über die **Messunsicherheit** enthält.*

[VIM, 4.31]

<u>Kenngröße</u> *(engl. statistic)*
Vollständig bestimmte Funktion aus Zufallsvariablen

> *NATIONALE FUSSNOTE: Kenngrößen charakterisieren Eigenschaften einer Häufigkeitsverteilung*

[ISO 3534-1, 1.8]

<u>Kombinierte Standardunsicherheit</u> *(engl. combined standard uncertainty)*
Standardmessunsicherheit, die man erhält, indem man die einzelnen Standardmessunsicherheiten verwendet, die den **Eingangsgrößen** des **Modells der Messung** beigeordnet werden [VIM, 2.31]

<u>Konformität</u> *(engl. conformity)*
Erfüllung einer **Anforderung** [ISO 9000, 3.6.1]

<u>Konformitätsbereich</u> *(engl. conformity zone)*
Spezifikationsbereich verringert um die **erweiterte Messunsicherheit** [ISO 14253-1, 3.20]

<u>Konformitätsbewertung</u> *(engl. conformity evaluation)*
Systematische **Prüfung** über den Grad, bis zu dem eine **Einheit** spezielle **Anforderungen** erfüllt
[ISO 3534-2, 4.1.1]

<u>Korrektion</u> *(engl. correction)*
Kompensation eines geschätzten systematischen Effekts

> *ANMERKUNG 1: Bezüglich einer Erklärung des „systematischen Effekts", siehe DIN V ENV 13005 (ISO/IEC-Leitfaden 98-3:2008), 3.2.3*

> *ANMERKUNG 2: Die Kompensation kann unterschiedlicher Art sein, wie beispielsweise ein Summand, ein Faktor oder ein Tabellenwert.*

[VIM, 2.53]

<u>Maßeinheit</u> *(engl. measurement unit)*
Reelle skalare **Größe**, durch Vereinbarung definiert und angenommen, mit der jede andere Größe gleicher **Art** verglichen werden kann, um das Verhältnis der beiden Größen als Zahl auszudrücken

> *Anmerkung in der deutschsprachigen Fassung: Statt „Größe(n)" muss es hier korrekt „Größenwert(e)" heißen.*

> *ANMERKUNG 1: Maßeinheiten werden mit Namen und Einheitenzeichen bezeichnet, die durch Vereinbarung festgelegt werden.*

[VIM, 1.9]

<u>Maßverkörperung</u> *(engl. material measure)*
Messgerät, das während seines Gebrauchs permanent **Größen** einer oder mehrerer **Arten** reproduziert oder liefert, jede mit einem zugewiesenen **Größenwert**

> *ANMERKUNG 1: Die **Anzeige** einer Maßverkörperung ist ihr zugewiesener **Größenwert***

> *ANMERKUNG 2: Eine Maßverkörperung kann ein **Normal** sein*

[VIM, 3.6]

Merkmal *(engl. characteristic)*
Kennzeichnende Eigenschaft

ANMERKUNG 1: Ein Merkmal kann inhärent oder zugeordnet sein.

ANMERKUNG 2: Ein Merkmal kann qualitativer oder quantitativer Natur sein.

ANMERKUNG 3: Es gibt verschiedene Klassen von Merkmalen, z. B.:
- *physikalische, z. B. mechanische, elektrische, chemische oder biologische Merkmale;*
- *sensorische, z. B. bezüglich Geruch, Berührung, Geschmack, Sehvermögen, Gehör;*
- *verhaltensbezogene, z. B. Anständigkeit, Ehrlichkeit, Wahrheitsliebe;*
- *zeitbezogene, z. B. Pünktlichkeit, Verlässlichkeit, Verfügbarkeit;*
- *ergonomische, z. B. physiologische oder auf Sicherheit für den Menschen bezogene Merkmale;*
- *funktionale, z. B. Spitzengeschwindigkeit eines Flugzeuges.*

[ISO 3534-2, 1.1.1]

Messabweichung *(engl. measurement error)*
Messwert minus einem **Referenzwert** [VIM, 2.16]

Messbeständigkeit *(engl. stability of a measuring instrument, stability)*
Eigenschaft eines **Messgeräts**, entsprechend der seine metrologischen Eigenschaften zeitlich konstant bleiben [VIM 4.19]

Messergebnis *(engl. measurement result)*
Menge von **Größenwerten**, die einer **Messgröße** zugewiesen sind, zusammen mit jeglicher verfügbarer relevanter Information [VIM, 2.9]

Messgerät *(engl. measuring instrument)*
Gerät, das allein oder in Verbindung mit zusätzlichen Einrichtungen für die Durchführung von **Messungen** verwendet wird.

*ANMERKUNG 1: Ein Messgerät, das alleine benutzt werden kann, ist ein **Messsystem**.*

*ANMERKUNG 2: Ein Messgerät kann ein **anzeigendes Messgerät** oder eine **Maßverkörperung** sein.*

[VIM, 3.1]

Messgröße *(engl. measurand)*
Größe, die gemessen werden soll [VIM, 2.3]

Messmethode *(engl. measurement method)*
Allgemeine Beschreibung des logischen Vorgehens zur Durchführung einer **Messung** [VIM, 2.5]

Messmittel *(engl. measuring equipment)*
Messgerät, Software, Messnormal, Referenzmaterial oder apparative Hilfsmittel oder eine Kombination davon, wie sie zur Realisierung eines **Messprozesses** erforderlich sind [ISO 9000, 3.10.4]

Messobjekt *(engl. measuring object; object of measurement)*
Träger der **Messgröße** [DIN 1319-1, 1.2]

Messprinzip *(engl. measurement principle)*
Phänomen, das als Grundlage einer **Messung** dient [VIM, 2.4]

Messprozess *(engl. measurement process)*
Satz von Tätigkeiten zur Ermittlung eines **Größenwertes** [ISO 9000, 3.10.2]

<u>**Messsystem**</u> *(engl. measuring system)*
Kombination aus **Messgeräten** und oft anderen Geräten sowie bei Bedarf Reagenzien und Versorgungseinrichtungen, die so angeordnet und angepasst sind, dass sie Information liefern, um **Messwerte** innerhalb bestimmter Intervalle für **Größen** bestimmter **Arten** zu erhalten

ANMERKUNG: Ein Messsystem kann aus nur einem einzigen Messgerät bestehen

[VIM, 3.2]

<u>**Messung**</u> *(engl. measurement)*
Prozess, bei dem einer oder mehrere **Größenwerte**, die vernünftigerweise einer **Größe** zugewiesen werden können, experimentell ermittelt werden

*ANMERKUNG 1: Der Begriff „Messung" ist nicht auf **Nominalmerkmale** anwendbar*

ANMERKUNG 2: Eine Messung bedeutet Vergleich von Größen und schließt das Zählen mit ein

*ANMERKUNG 3: Eine Messung setzt eine Beschreibung der Größe zusammen mit dem beabsichtigten Zweck eines **Messergebnisses** voraus sowie ein **Messverfahren** und ein kalibriertes **Messsystem**, das gemäß einem vorgegebenen Messverfahren arbeitet, einschließlich der Messbedingungen*

[VIM, 2.1]

<u>**Messunsicherheit**</u> *(engl. measurement uncertainty)*
Nichtnegativer Parameter, der die Streuung der **Werte** kennzeichnet, die der **Messgröße** auf der Grundlage der benutzten Information beigeordnet ist [VIM, 2.26]

<u>**Messunsicherheit**</u> *(engl. measurement uncertainty)*
Dem **Meßergebnis** zugeordneter Parameter, der die Streuung der **Werte** kennzeichnet, die vernünftigerweise der **Meßgröße** zugeordnet werden können [GUM, 2.2.3; VIM(2), 3.9]

REDAKTIONELLE ANMERKUNG: [GUM] verwendet noch diese Definition nach [VIM(2)], das zurückgezogen wurde. Hier wird die Messunsicherheit dem Mess<u>ergebnis</u> zugeordnet, nach neuer Definition [VIM, 2.26] hingegen der Mess<u>größe</u>.

<u>**Messunsicherheit**</u> *(engl. measurement uncertainty)*
Kennwert, der aus **Messungen** gewonnen wird und zusammen mit dem **Messergebnis** zur Kennzeichnung eines Wertebereiches für den **wahren Wert** der **Messgröße** dient [DIN 1319-1, 3.6]

*ANMERKUNG 2: Die Messunsicherheit ist von der **Messabweichung** deutlich zu unterscheiden. Letztere ist nur die Differenz zwischen einem der Messgröße zuzuordnenden Wert, z. B. einem Messwert oder dem Messergebnis und dem wahren Wert der Messgröße. Die Messabweichung kann gleich Null sein, ohne dass dies bekannt ist. Diese Unkenntnis drückt sich in einer Messunsicherheit größer als Null aus.*

[DIN 1319-4, 3.5]

<u>**Messunsicherheitsbilanz**</u> *(engl. uncertainty budget)*
Angabe einer **Messunsicherheit**, der Komponenten dieser Messunsicherheit und ihrer Berechnung und Kombination

*ANMERKUNG: Eine Messunsicherheitsbilanz sollte das **Modell der Messung**, **Schätzwerte**, Messunsicherheiten der **Größen** im Modell der Messung, Kovarianzen, Art der angewandten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, **Freiheitsgrade**, Art der Ermittlung der Messunsicherheit sowie einen **Erweiterungsfaktor** enthalten.*

[VIM, 2.33]

REDAKTIONELLE ANMERKUNG: Der Begriff „Messunsicherheitsbudget" ist im Deutschen kein Normbegriff, wird aber häufig synonym verwendet.

<u>**Messverfahren**</u> *(engl. measurement procedure)*
Detaillierte Beschreibung einer **Messung** gemäß einem oder mehreren **Messprinzipien** und einer **Messmethode** auf der Grundlage eines **Modells der Messung** und einschließlich aller Berechnungen zum Erhalt des **Messergebnisses** [VIM, 2.6]

__Messwert__ *(engl. measured quantity value; measured value)*
Größenwert, der ein **Messergebnis** repräsentiert [VIM, 2.10]

__Metrologische Verträglichkeit__ *(engl. metrological compatibility)*
Eigenschaft einer Menge von **Messergebnissen** für eine **Messgröße** in der Weise, dass der Abolutwert der Differenz eines beliebigen Paares der **Messwerte** aus zwei unterschiedlichen Messergebnissen kleiner ist als ein gewähltes Vielfaches der **Standardmessunsicherheit** dieser Differenz [VIM, 2.47]

__Mindestwert__ *(engl. lower specification limit)*
Grenzwert, der den unteren begrenzenden Wert angibt [ISO 3534-2, 3.1.5]

__Modell der Messung__ *(engl. measurement model; model)*
Mathematische Beziehung zwischen allen **Größen**, von denen bekannt ist, dass sie an einer **Messung** beteiligt sind [VIM, 2.48]

__Nennwert__ *(engl. nominal value):* siehe **Sollwert**

__Nominalmerkmal__ *(engl. nominal property)*
Eigenschaft eines Phänomens, eines Körpers oder einer Substanz, die nicht quantifizierbar ist [VIM, 1.30]

__Normal__ *(engl. measurement standard)*
Realisierung der Definition einer **Größe**, mit angegebenem **Größenwert** und beigeordneter **Messunsicherheit**, benutzt als Referenz

> *ANMERKUNG 1: Eine „Realisierung der Definition einer Größe“ kann durch ein **Messsystem**, eine **Maßverkörperung** oder ein Referenzmaterial geliefert werden.*

[VIM, 5.1]

__Prüfung__ *(engl. inspection)*
Konformitätsbewertung durch Beobachten und Beurteilung, begleitet – soweit zutreffend – durch **Messung**, Testen oder Vergleichen [ISO 3534-2, 4.1.2]

__Referenzwert__ *(engl. reference quantity value; reference value)*
Größenwert, der als Grundlage für den Vergleich mit Werten von **Größen** der gleichen **Art** verwendet wird

> *ANMERKUNG 1: Ein Referenzwert kann ein **wahrer Wert** einer **Messgröße** sein, dann ist er unbekannt, oder ein **vereinbarter Wert**, dann ist er bekannt.*
>
> *ANMERKUNG 2: Ein Referenzwert mit beigeordneter **Messunsicherheit** wird üblicherweise angegeben mit Bezug auf*
>
> *a) ein Material, z. B. ein zertifiziertes Referenzmaterial*
> *b) ein Gerät, z. B. ein stabilisierter Laser,*
> *c) ein Referenzmessverfahren,*
> *d) einen Vergleich von **Normalen***

[VIM, 5.18]

__Relative Standardunsicherheit__ *(engl. relative standard measurement uncertainty)*
Standardmessunsicherheit geteilt durch den Absolutwert des **Messwertes** [VIM, 2.32]

__Richtiger Wert__ *(engl. conventional true value)*
Wert einer Größe oder eines quantitativen **Merkmals**, der für einen bestimmten Zweck an die Stelle des **wahren Wertes** treten kann

> *ANMERKUNG 1: Ein richtiger Wert wird im Allgemeinen als hinreichend nahe am wahren Wert liegend angesehen, sofern die Differenz für den vorliegenden Zweck nicht signifikant ist*

[ISO 3534-2, 3.2.6]

<u>**Schätzer**</u> *(engl. estimator)*
Kenngröße, die zur **Schätzung** eines Parameters Θ verwendet wird [ISO 3534-1, 1.12]

<u>**Schätzwert**</u> *(engl. estimate)*
Beobachteter Wert eines **Schätzers** [ISO 3534-1, 1.31]

<u>**Schätzung**</u> *(engl. estimation)*
Verfahren, das eine statistische Darstellung einer **Grundgesamtheit** aus einer aus dieser Grundgesamtheit gezogenen **Zufallsstichprobe** gewinnt.

> *ANMERKUNG 1: Insbesondere begründet das Verfahren, das von einem **Schätzer** zu einem speziellen **Schätzwert** führt, die Schätzung.*

[ISO 3534-1, 1.36]

<u>**Sollwert**</u> *(engl. target value)*
Bevorzugter Wert oder Referenzwert eines **Merkmals**, der in einer **Spezifikation** angegeben ist
[ISO 3534-2, 3.1.2]

<u>**Spezifikation**</u> *(engl. specification)*
Dokument, das **Anforderungen** festlegt

> *ANMERKUNG: Eine Spezifikation kann sich beziehen auf Tätigkeiten (z.B. Verfahrensdokument, Prozessspezifikation und Testspezifikation) oder auf Produkte (z.B. Produktspezifikation, Leistungsspezifikation und Zeichnung).*

[ISO 9000, 3.7.3], [*prEN ISO 9000:2014; 3.8.8*]

> *REDAKTIONELLE ANMERKUNG: „Spezifizieren“ bezeichnet in der Umgangssprache üblicherweise das Ermitteln (z.B. durch Messungen), Festlegen (z.B. auf Basis von Auswertungsergebnissen) und Dokumentieren von Anforderungen.*

<u>**Standard(mess)unsicherheit**</u> *(engl. standard measurement uncertainty, standard uncertainty)*
Messunsicherheit, ausgedrückt als eine Standardabweichung [VIM, 2.30]

<u>**Stichprobe**</u> *(engl. sample)*
Teilmenge einer **Grundgesamtheit**, die aus einer oder mehreren **Auswahleinheiten** besteht.
[ISO 3534-1, 1.3]

<u>**Systematische Messabweichung**</u> *(engl. systematic measurement error)*
Komponente der **Messabweichung**, die bei wiederholten **Messungen** konstant bleibt oder sich in vorhersagbarer Weise ändert

> *ANMERKUNG 1: Ein **Referenzwert** für eine systematische Messabweichung ist ein **wahrer Wert** oder ein **Messwert** eines **Normals** mit vernachlässigbarer **Messunsicherheit** oder ein **vereinbarter Wert***

> *ANMERKUNG 3: Systematische Messabweichung ist gleich der **Messabweichung** minus der **zufälligen Messabweichung***

[VIM, 2.17]

<u>**(festgelegte) Toleranz**</u> *(engl. (specified) tolerance)*
Differenz zwischen **Höchstwert** und **Mindestwert** [ISO 3534-2, 3.1.6]

<u>**Toleranzbereich**</u> *(engl. tolerance zone)*
Bereich zugelassener Werte zwischen **Mindestwert** und **Höchstwert**.

> *ANMERKUNG: Der Toleranzbereich ist bestimmt durch die **Toleranz** und durch seine Lage zum Bezugswert, z. B. durch die Abweichung eines der beiden **Grenzwerte** oder des Mittenwerts vom **Nennwert** oder vom **Sollwert**.*

(nach derzeit noch gültiger Fassung von DIN 55350-12, 2.7.2; Norm wird z.Zt. vollständig überarbeitet)

Vereinbarter Wert *(engl. conventional quantitity value; conventional value)*
Größenwert, der durch Vereinbarung einer **Größe** für den vorgegebenen Zweck zugewiesen wird

ANMERKUNG 1: Manchmal wird für diesen Begriff die Benennung „konventionell wahrer Wert" verwendet, doch ist von dessen Verwendung abzuraten

*ANMERKUNG 2: Manchmal ist ein vereinbarter Wert ein **Schätzwert** eines **wahren Werts***

*ANMERKUNG 3: Von einem vereinbarten Wert wird üblicherweise erwartet, dass er eine angemessen kleine **Messunsicherheit** hat, die auch null sein kann*

[VIM, 2.12]

*REDAKTIONELLE ANMERKUNG: Der Begriff „vereinbarter Wert" ersetzt in [VIM] offenbar den Normbegriff „**richtiger Wert**", der in der aktuellen Ausgabe des [VIM] nicht mehr enthalten ist.*

Vergleichbedingung *(engl. intermediate precision condition of measurement)*
Messbedingung bei Vorliegen einer Menge von Bedingungen, die dasselbe **Messverfahren**, denselben Messort und wiederholte Messungen an demselben Objekt oder ähnlichen Objekten über ein längeres Zeitinterval umfasst, aber auch andere sich ändernde Bedingungen einschließen kann.

*ANMERKUNG 1: Die Änderungen können umfassen: neue Kalibrierungen, Kalibriernormale, Bediener und **Messsysteme**.*

[VIM, 2.22]

Vertrauensbereich *(engl. confidence interval)*
Bereichsschätzer (T_0, T_1) für einen Parameter θ, bei dem die **Kenngrößen** T_0 und T_1 Intervallgrenzen sind und für den gilt, dass $P[T_0 < \theta < T_1] \geq 1-\alpha$

ANMERKUNG 2: Verbunden mit diesem Vertrauensbereich ist die zugehörige Kenngröße $100 \cdot (1-\alpha)\,\%$, in der α im Allgemeinen eine kleine Zahl ist. Diese Kenngröße, die Vertrauenskoeffizient oder Vertrauensniveau genannt wird, hat oft den Wert 95 % oder 99 %. Die Ungleichung $P\,[T_0 < \theta < T_1] \geq 1 - \alpha$ gilt für einen genau bezeichneten, aber unbekannten Wert θ der Grundgesamtheit.

[ISO 3534-1, 1.28]

REDAKTIONELLE ANMERKUNG: P bezeichnet eine Wahrscheinlichkeit (engl. probability).

Wiederholbedingung *(engl. repeatability condition of measurement)*
Messbedingung aus einer Menge von Bedingungen, die dasselbe **Messverfahren**, dieselben Bediener, dasselbe **Messsystem**, dieselben Betriebsbedingungen und denselben Ort und wiederholte Messungen an demselben Objekt oder ähnlichen Objekten während eines kurzen Zeitintervals umfassen
[VIM, 2.22]

Wahrer Wert (einer Größe) *(engl. true quantity value)*
Größenwert, der mit der Definition einer **Größe** in Übereinstimmung ist [VIM, 2.11]

Wahrer Wert *(engl. true value)*
Wert, der eine **Größe** oder ein quantitatives **Merkmal** charakterisiert, und der unter denjenigen Bedingungen vollständig definiert ist, die bei der Betrachtung der Größe oder des quantitativen Merkmals vorliegen

ANMERKUNG 1: Der wahre Wert einer Größe oder eines quantitativen Merkmals ist ein theoretischer Begriff und im Allgemeinen nicht genau bekannt.

[ISO 3534-2, 3.2.5]

<u>**Zufällige Messabweichung**</u> *(engl. random measurement error)*
Komponente der **Messabweichung**, die bei wiederholten **Messungen** in unvorhersagbarer Weise schwankt

> *ANMERKUNG 1: Ein* ***Referenzwert*** *für eine zufällige Messabweichung ist der Mittelwert, der sich aus einer unendlichen Zahl von wiederholten Messungen derselben* ***Messgröße*** *ergeben würde.*
>
> *ANMERKUNG 2: Zufällige Messabweichungen von wiederholten Messungen bilden eine Verteilung, die durch ihren Erwartungswert, der im Allgemeinen als null angenommen wird, und ihre Varianz beschrieben werden kann.*
>
> *ANMERKUNG 3: Die zufällige Messabweichung ist gleich der Messabweichung minus der* ***systematischen Messabweichung***

[VIM, 2.19]

<u>**Zufallsstichprobe**</u> *(engl.random sample)*
Stichprobe, die per Zufallsauswahl ausgewählt worden ist [ISO 3534-1, 1.6]

2020-04-06 - SOCOS

Literatur

[CDQ0402] CDQ0402, Prüfplanung, Fähigkeit und Prozessregelung
(Zentralanweisung, ausschließlich RB-intern verfügbar)

[DIN 1319-1] DIN 1319-1:1995-01, Grundlagen der Meßtechnik, Teil 1: Grundbegriffe

[DIN 1319-4] DIN 1319-4:1999-02, Grundlagen der Meßtechnik, Teil 4: Auswertung von Messungen, Meßunsicherheit

[EA-4/02] DKD-Schrift DKD-3, Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen, Deutscher Kalibrierdienst (1998-01) mit Beispielen DKD-3-E1 (1998-10) und DKD-3-E2 (2002-08); inhaltlich unveränderte Neuauflagen unter Bezeichnung DAkkS-DKD-3, Deutsche Akkreditierungsstelle GmbH (2010-06)

Deutsche Ausgabe des Leitfadens EA-4/02, Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration (einschließlich Supplement 1 und 2, Examples), European cooperation for Accreditation (1999-12); vormals Leitfaden EAL-R2 (1997-04)

[EA-4/16] DAR-4-EM-07, EA-Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim quantitativen Prüfen, Deutscher Akkreditierungsrat (2006-03)

Deutsche Ausgabe des Leitfadens EA-4/16, EA Guidelines on the Expression of Uncertainty in Quantitative testing, European cooperation for Accreditation (2003-12)

[EURACHEM] EURACHEM / CITAC Leitfaden, Ermittlung der Messunsicherheit bei analytischen Messungen, 2. Auflage (2004-02)

Deutsche Ausgabe des EURACHEM / CITAC Guide CG 4, Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement, 2nd Edition (2000)

3rd Edition (2012) nur in englischer Sprache verfügbar

[EURAMET] EURAMET Calibration Guide, cg 3, Calibration of Pressure Balances, Version 1.0 (03/2011)

[EUROLAB] EUROLAB-Deutschland, Technischer Bericht 2/2006, Leitfaden zur Ermittlung von Messunsicherheiten bei quantitativen Prüfergebnissen (2006-11)

Deutsche Ausgabe des EUROLAB Technical Report 1/2006, Guide to the Evaluation of Measurement Uncertainty for Quantitative Test Results (2006-08)

[EWQ] Elementare Werkzeuge der Qualitätstechnik, Broschüre, Robert Bosch GmbH

[GUM] ISO/IEC Guide 98-3:2008, Corrected version 2010, Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995)

Nur in englischer Sprache verfügbar, identisch mit JCGM 100:2008 „GUM 1995 with minor corrections“, bis auf geringfügige Korrekturen von Druckfehlern identisch mit ENV 13005:1999 „Guide to the expression of uncertainty in measurement“ (als Vornorm zurückgezogen 2014-01) mit deutscher Übersetzung DIN V ENV 13005:1999 „Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen “ (als Vornorm zurückgezogen 2014-10)

[GUM-S1] ISO/IEC Guide 98-3 Supplement 1:2008-11 (inkl. Technical Corrigendum 1:2009-05), Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995) – Supplement 1: Propagation of distributions using a Monte Carlo method

Nur in englischer Sprache verfügbar, identisch mit JCGM 101:2008 „Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the Guide to the expression of uncertainty in measurement – Propagation of distributions using a Monte Carlo method“ mit deutscher Übersetzung DIN V ENV 13005-Bbl 1:2012-02 „Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen – Beiblatt 1: Fortpflanzung von Verteilungen unter Verwendung einer Monte-Carlo-Methode“ (als Beiblatt zur Vornorm DIN V ENV 13005:1999 zurückgezogen 2014-11)

[Heft 10] Schriftenreihe Qualitätsmanagement in der Bosch-Gruppe, Technische Statistik, Heft Nr. 10, Fähigkeit von Mess- und Prüfprozessen

[ISO 10012] DIN EN ISO 10012:2004-03, Messmanagementsysteme – Anforderungen an Messprozesse und Messmittel (ISO 10012:2003)

[ISO 13528]	DIN ISO 13528: 2009-01, Statistische Verfahren für Eignungsprüfungen durch Ringversuche (ISO 13528:2005)
[ISO 14253]	DIN EN ISO 14253-1:2013-12, Geometrische Produktspezifikationen (GPS) – Prüfung von Werkstücken und Messgeräten durch Messen – Teil 1: Entscheidungsregeln für den Nachweis von Konformität oder Nichtkonformität mit Spezifikationen (ISO 14253-1:2013)
[ISO 17025]	DIN EN ISO/IEC 17025:2005-08, Allgemeine Anforderungen an die Kompetenz von Prüf- und Kalibrierlaboratorien (ISO/IEC 17025:2005)
[ISO 17043]	DIN EN ISO/IEC 17043:2010-05, Konformitätsbewertung – Allgemeine Anforderungen an Eignungsprüfungen (ISO/IEC 17043:2010)
[ISO 21748]	DIN ISO 21748:2014-05, Leitfaden zur Verwendung der Schätzwerte der Wiederholpräzision, der Vergleichpräzision und der Richtigkeit beim Schätzen der Messunsicherheit (ISO 21748:2010)
[ISO 22514-7]	ISO 22514-7:2012:09, Statistical methods in process management – Capability and performance, Part 7: Capability of measurement processes *Deutsche Fassung in Vorbereitung (Stand 2015-02)*
[ISO 3534-1]	DIN ISO 3534-1:2009-10, Statistik – Begriffe und Formelzeichen – Teil 1: Wahrscheinlichkeit und allgemeine statistische Begriffe (ISO 3534-1:2006)
[ISO 3534-2]	DIN ISO 3534-2:2013-12, Statistik – Begriffe und Formelzeichen – Teil 2: Angewandte Statistik (ISO 3534-2:2006)
[ISO 5168]	DIN V 19218:2008-01, Durchflussmessung von Fluiden – Verfahren zur Unsicherheitsermittlung (ISO 5168:2005, modifiziert)
[ISO 5725-2]	DIN ISO 5725-2:2002-12, Genauigkeit (Richtigkeit und Präzision) von Messverfahren und Messergebnissen, Teil 2: Grundlegende Methode für die Ermittlung der Wiederhol- und Vergleichpräzision eines vereinheitlichten Messverfahrens (ISO 5725-2:1994 einschließlich Technisches Korrigendum 1:2002)
[ISO 9000]	DIN EN ISO 9000:2005-12, Qualitätsmanagementsysteme – Grundlagen und Begriffe (ISO 9001:2005) *Überarbeitete Fassung in Vorbereitung (siehe Entwurf ISO/DIS 9000:2014)*
[ISO 9001]	DIN EN ISO 9001:2008-12 (inkl. Berichtigung 1:2009-12), Qualitätsmanagementsysteme – Anforderungen (ISO 9001:2008) *Überarbeitete Fassung in Vorbereitung (siehe Entwurf ISO/DIS 9001:2014)*
[VDI 2449]	VDI-Richtlinie 2449, Blatt 3, Prüfkriterien von Messverfahren, Allgemeine Methode zur Ermittlung der Unsicherheit kalibrierfähiger Messverfahren (2001-09)
[VDI 2618]	VDI/VDE/DGQ-Richtlinie 2618, Prüfmittelüberwachung, Blatt 1.2, Anweisungen zur Überwachung von Messmitteln für geometrische Größen, Messunsicherheit (2003-12)
[VDI 2622]	VDI/VDE/DGQ/DKD-Richtlinie 2622, Kalibrieren von Messmitteln für elektrische Größen, Blatt 2, Methoden zur Ermittlung der Messunsicherheit (2003-05)
[VIM]	Internationales Wörterbuch der Metrologie (VIM), Deutsch-Englische Fassung ISO/IEC-Leitfaden 99:2007, 3. Auflage (2010), Herausgeber DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH Berlin Wien Zürich, ISBN 978-3-410-20070-3 *4. Auflage (2012) mit geringfügigen Korrekturen entsprechend JCGM 200:2012 „2008 version with minor corrections“, ISBN 978-3-410-22472-3*
[VIM(2)]	Internationales Wörterbuch der Metrologie (VIM), 2. Auflage (1994), ISBN 3-410-13086-1, *zurückgezogen*
[VDA-5]	VDA, Qualitätsmanagement in der Automobilindustrie, Band 5, Prüfprozesseignung, 2. vollständig überarbeitete Auflage 2010, aktualisiert Juli 2011, Verband der Automobilindustrie e.V. (VDA), Berlin, ISSN 0943-9412

Stichwortverzeichnis

N

P

R

S

T

U

V

W

Z

Leerseite

Robert Bosch GmbH
C/QMM
Postfach 30 02 20
70442 Stuttgart
Germany

Telefon +49 711 811-0
www.bosch.com

Leerseite

2020-04-06 - SOCOS

Robert Bosch GmbH
C/QMM
Postfach 30 02 20
D-70442 Stuttgart
Germany
Phone +49 711 811-0
www.bosch.com